

基于模态分析的非定常气膜冷却数值研究

王子超,王维,田海平,王宇清

(太原理工大学 工程力学实验中心,山西 太原 030024)

摘要:为了研究非定常气膜冷却的强化冷却机理,利用大涡模拟对非定常圆孔气膜冷却进行数值模拟,研究了4种不同脉动频率下($St = 0, 0.2, 0.3, 0.5$)的涡结构与气膜冷却效率,并利用动态模态分解对计算结果进行分析,研究流场与换热的耦合机理。结果表明:脉动频率对非定常射流气膜冷却效率的影响较大,当 $St = 0.2$ 时气膜冷却效率与稳态射流相似,当 $St = 0.3$ 时气膜冷却效率比稳态高,而当 $St = 0.5$ 时气膜冷却效率反而会降低;当 $St = 0.3$ 时非定常射流能抑制下游发卡涡的生成并加速其破碎,从而提高气膜冷却效率;射流脉动产生了很多次生涡结构,这些涡结构促进了在流向方向上射流与主流的掺混,但是抑制了展向上的射流与主流掺混。

关键词:涡轮叶片;气膜冷却;大涡模拟;动态模态分解;冷却效率

中图分类号:TK221 文献标识码:A DOI:10.16146/j.cnki.rndlgc.2023.08.006

[引用本文格式]王子超,王维,田海平,等.基于模态分析的非定常气膜冷却数值研究[J].热能动力工程,2023,38(8):44-52.
WANG Zi-chao, WANG Wei, TIAN Hai-ping, et al. Numerical study on unsteady film cooling based on modal analysis[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2023, 38(8): 44-52.

Numerical Study on Unsteady Film Cooling based on Modal Analysis

WANG Zi-chao, WANG Wei, TIAN Hai-ping, WANG Yu-qing

(National Demonstration Center for Experimental Mechanics Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, China, Post Code: 030024)

Abstract: To study the enhancement cooling mechanism of the unsteady film cooling, the large eddy simulation (LES) was used to numerically simulate the unsteady film cooling in circular hole and study the eddy structure and film cooling efficiency under four different pulsation frequencies of 0, 0.2, 0.3 and 0.5. Then the dynamic modal decomposition (DMD) was used to analyze the calculated results and study the coupling relationship between the flow field and heat transfer. Results show that the pulsation frequency has great influence on unsteady jet film cooling efficiency. The film cooling efficiency at $St = 0.2$ is similar to that of steady state jet; the film cooling efficiency at $St = 0.3$ is higher than that of the steady state jet, while the efficiency at $St = 0.5$ is much lower than that of the steady state jet. The unsteady jet at $St = 0.3$ can inhibit the generation of the downstream hairpin vortex and promote the fragmentation of the hairpin vortex, so that the film cooling efficiency can be enhanced; the pulsating jet causes a lot of secondary vortex structures, which promote the mixing of the jet and the main stream in the flow direction, but inhibit the mixing of the jet and the main stream in the spanwise direction.

收稿日期:2022-07-12; 修订日期:2022-09-14

基金项目:国家自然科学基金(12172242);山西省面上基金(202203021211122);机械制造系统工程国家重点实验室课题(sklms2021015)

Fund-supported Project: National Natural Science Foundation of China (12172242); Natural Science Research Project in Shanxi Province (202203021211122); Open Research Fund of the State Key Laboratory of Mechanical Manufacturing System Engineering (sklms2021015)

作者简介:王子超(1998-),男,太原理工大学硕士研究生。

通讯作者:王维(1985-),女,太原理工大学副教授。

Key words: turbine blade, film cooling, large eddy simulation (LES), dynamic modal decomposition (DMD), cooling efficiency

引言

随着航空发动机推重比的不断提高,其涡轮透平初温也逐渐上升,甚至已经达到了2 000 K,远远超过了涡轮叶片材料的熔点。因此,多种热防护方法被提出和使用,其中气膜冷却是使用最广泛的冷却技术之一^[1]。它是一种专门保护气路部件的外部冷却方式,通过在叶片表面打孔,使得冷却气体从叶片内部喷出并覆盖在叶片表面上,起到阻隔高温燃气的作用。离散气膜孔的气膜冷却从流体力学角度可以考虑为一种横向射流(Jet Into Cross-flow, JICF)。大量研究表明,当射流射入主流并与主流掺混会形成复杂的大尺度涡结构^[2-3],包括反向旋转涡对、发卡涡、马蹄涡以及射流剪切层涡等。这些非定常涡结构使得主流与射流之间发生复杂的动量和热量交换,影响着气膜冷却在壁面的冷却效率。因此,研究这些涡结构对于提高气膜冷却效率具有重要意义。此外,在实际叶片气膜冷却中,冷却射流是从旋转机械压气机中抽取,常常是非定常的脉动流动,因此与稳态射流下的涡结构有所不同,气膜冷却也呈现不同特点^[4]。

目前,对于脉动射流气膜冷却的研究较少。Bons等人^[5]研究了脉冲频率对气膜冷却效率的影响,当 St 在0.005 9~0.024 0范围内、吹风比小于1时,稳态射流气膜冷却效率更高,而当吹风比大于1时,脉动射流气膜冷却效果较稳定吹气有所改善。Sultand等人^[6]用粒子图像测速(Particle Image Velocimetry, PIV)测量了倾角为30°的圆柱形气膜孔的脉动气膜冷却流场结构,高吹风比脉动将导致射流轨迹在空间上发生变化,射流主体坍塌,射流速度的周期性变化导致尾流结构脱落。只有在高吹气比和低频下,脉动气膜能够改善表面的气膜覆盖率。在数值研究方面,与传统雷诺时均(Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS)模型相比,大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)^[7]和直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)^[8]已被证明在捕捉气膜冷却流的流动物理方面是准确有效的^[9]。DNS解析所有长度和时间尺度,LES仅对较小的涡旋使用

亚网格尺度模型,并解析较大的长度和时间尺度。

DNS和LES产生的大量时空数据对数据分析手段及复杂动力学特征的理解提出了独特的挑战。模态分析为复杂的动态流动结构提供了更定量的描述,并且可以通过模态分析实现的相应低维表示来理解流动物理。典型的方法包括本征正交分解^[10](Proper Orthogonal Decomposition, POD)和动力学模态分解(Dynamic Mode Decomposition, DMD)两类。其中,POD方法能够将高阶、非线性系统通过正交模态投影到低维状态空间上,同时保证在给定数量模态下的残差为最小^[11],通常用于研究湍流。然而当构造自相关矩阵(二阶统计量)时,POD方法会损失动力学信息,DMD方法则弥补了POD的这一缺陷^[12],其本质是将流场中流动的演化看作线性的动力学过程,因此在分析线性和周期性的流动中很有优势^[13]。另外,DMD方法可以同时得到模态特征和动力学信息的特点,因此还具有时空耦合建模的独特优势^[14]。Kalghatigi等人^[15]对气膜冷却进行了大涡模拟(LES)计算和实验验证后讨论了涡结构的演化和起源,并采用DMD技术对整个速度场和温度场进行模态分析,发现低频的发卡涡等对壁面温度影响较大,而高频的K-H模态对气膜孔附近混合区的影响较大。

本文采用大涡模拟对非定常射流气膜冷却进行数值模拟,分析气膜冷却脉动射流的脉动频率对混合流场结构和气膜冷却效率的影响。并对数值计算得到的速度场和温度场都进行了DMD动态模态分析,研究非定常射流下各涡结构的变化和对换热效率的影响及流场与换热的耦合关系。

1 数值分析方法

脉动气膜冷却的大涡模拟的计算模型如图1所示。其中,主流通道方形截面,射流孔径 $D=13\text{ mm}$,射流与主流流向呈30°。 x 、 y 和 z 坐标轴分别表示流向、展向与法向方向。计算网格采用ANSYS ICEM划分,整个流体域均采用六面体结构化网格,如图2所示。在壁面附近进行了局部加密,保证壁面附近 $y^+<1$ 。经过网格独立性验证,最后确认网格总数为5 157 914。湍流模型选择LES的WALE

模型,压力速度耦合采用压力耦合方程组的半隐式算法(SIMPLE),计算的时间步长设定为 4.8×10^{-5} s($\Delta t U_\infty/D = 0.369 \times 10^{-3}$),使得网格中最精细部分的库郎数(CFL)约为1,保证计算的收敛稳定性。当计算达到初始化准稳态之后继续计算5 000个时间步长,约为5个流动周期(取主流流过计算域的时间为1个流动周期)。

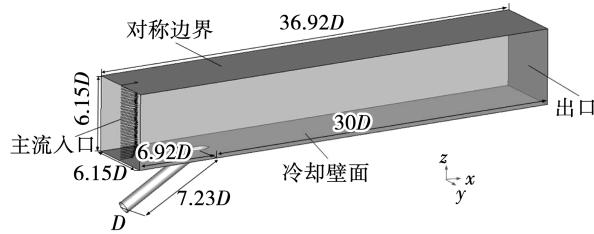


图1 计算模型和边界条件

Fig. 1 Computational model and boundary condition

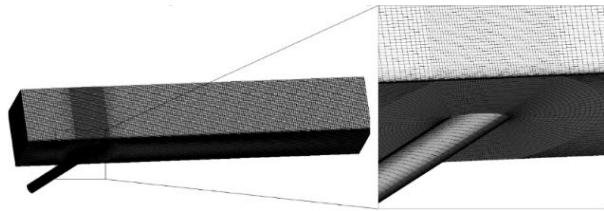


图2 计算网格

Fig. 2 Computational grids

计算的主流进口平均速度 $U_\infty = 10$ m/s,采用 $1/7$ 指数分布规律,入口边界层厚度为 $\delta/D = 1.0$,主流温度 $T_\infty = 523$ K,湍流强度为5%。射流空气温度 $T_e = 323$ K,速度为正弦变化曲线。速度表达式为:

$$u = U_e + \sin(2\pi f t) \quad (1)$$

式中: u, U_e —射流瞬时速度与射流平均速度,m/s。 f —特征频率,Hz。

计算工况:脉动射流平均吹风比 $Br = 0.65$,斯特劳哈尔数 $St = 0, 0.2, 0.3$ 和 0.5 。

2 结果与分析

2.1 数值计算结果验证

为了验证数值计算方法的可靠性,将大涡模拟的计算结果与Sultan的实验^[6]进行比较。其中,计算的边界条件与实验工况保持一致。图3为 $St = 0.3$ 时气膜孔下游 $x = 3.5D$ 处的流向速度 u_x 在近壁面法向方向即 z 向上的分布。可以看到,LES计算

的速度值与实验测量值吻合较好,误差较大的地方在 $z/D = 1$ 附近,约为5%。计算值比实验值偏低,这可能是由于计算的初始湍流度低于实际湍流度。

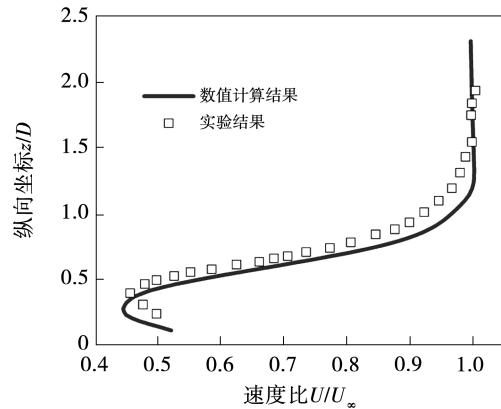


图3 $x/D = 3.5$ 处流场近壁面速度法向分布

Fig. 3 Velocity normal distribution near the wall in flow field at $x/D = 3.5$

图4为壁面上的时均展向平均绝热气膜冷却效率的LES计算值与Sultan的实验中气膜冷却效率测量值的比较。绝热冷却效率 η 的计算式为:

$$\eta = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_c - T_\infty} \quad (2)$$

式中: T_{aw} —绝热壁面的温度,K; T_∞ —主流温度,K; T_c —射流温度,K。

冷却效率沿着流向方向迅速降低,实验值在 $x/D = 12.5$ 附近存在最小值,然后开始略微增大并趋于稳定,但是计算值并没有捕捉到这个过程。总体来看,计算值与实验值吻合较好,误差较小。因此,本文使用的数值计算方法可以为预测流场结构提供较为可靠的结果。

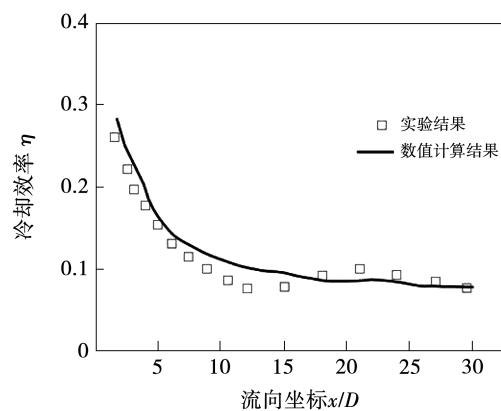


图4 壁面上的展向时均平均冷却效率

Fig. 4 Time-averaged cooling efficiency on the wall in the spanwise direction

2.2 流场与气膜冷却效率分析

图5为 $t = \frac{3}{4}T$ 时刻, $St = 0, 0.2, 0.3$ 和 0.5 4种

工况下壁面附近采用 Q 准则识别的漩涡结构。可以看到, 射流射出并与主流掺混后, 整个涡结构变化可以分为4个阶段: 融合阶段、脱落阶段、发展阶段和破碎阶段。射流与横流的交界面处形成了射流剪切层涡, 并在下游发展成为发卡涡。发卡涡的头部由于卷吸作用, 会携带冷却气流抬升, 而发卡涡的涡腿是反向旋转涡对(Counter-rotating Vortex Pair, CVP)的组成部分, 冷却气流由发卡涡的涡腿向下游发展的过程中被带入涡头而被抬离壁面。在气膜孔周围可以明显地看到马蹄涡, 并逐渐向下游发展为小型的发卡涡, 在下游与破碎后的大型涡形成了发卡涡森林。

与稳态($St = 0$)相比, 脉冲射流工况下的发卡涡在发展阶段就已经显示出不稳定的状态。尤其是当 $St = 0.5$ 时发卡涡在发展段已经变得不规则, 可见脉动射流破坏了发卡涡的发展。

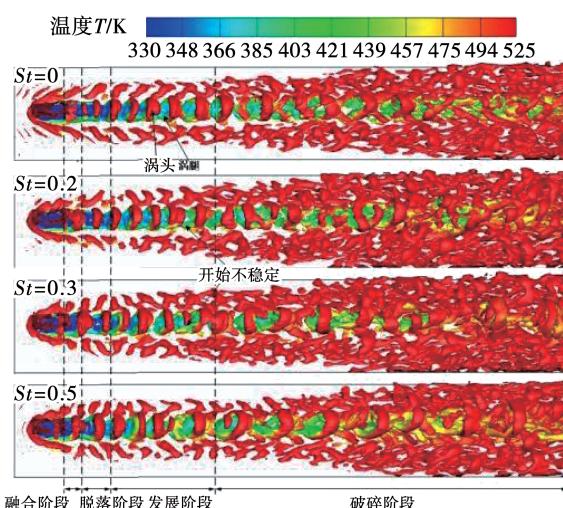


图5 瞬态涡结构

Fig. 5 Instantaneous vortex structure

图6为壁面绝热气膜冷却效率云图。从图6中可以看到, 在紧邻气膜孔的下游, 4种工况下的气膜冷却效率几乎相同, 但是脉动射流在远离气膜孔下游($x/D > 14$)的展向扩展相比稳态更好。尤其是当 $St = 0.3$ 时, 气膜孔下游的气膜覆盖范围最大。可见, 脉动射流改善了气膜孔下游气膜的覆盖效果, 使得展向气膜冷却效率得到提高。

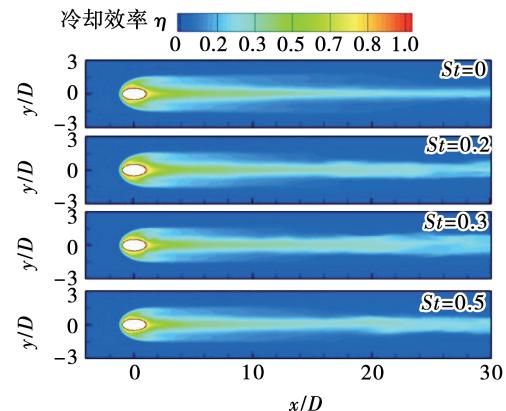


图6 壁面绝热气膜冷却效率云图

Fig. 6 Adiabatic film cooling efficiency contour on the wall

图7为壁面绝热气膜冷却效率曲线。图7(a)为中截面与底面交线上的绝热冷却效率分布。可以看到, 气膜冷却效率逐渐降低。在上半段脉动射流 $St = 0.5$ 的 η 值最低, 稳态射流的 η 值最高; 在 $x/D = 12, St = 0.3$ 时脉动射流的 η 值开始高于稳态射流; 当 $x/D = 16$ 时, $St = 0.2$ 的 η 值开始超过了稳态射流; $St = 0.5$ 的 η 值是在 $x/D = 17$ 时超过了稳态射流。因此, 在下游的后半部分脉动射流的冷却效率都高于稳态射流。图7(b)为时间和空间平均冷却效率随 St 的变化曲线。从图中可以看出, $St = 0.2$ 时平均冷却效率略高于稳态情况 $St = 0$, 而 $St = 0.3$ 时冷却效率迅速增加、比稳态时冷却效率提高了 5%, 但 $St = 0.5$ 的冷却效率迅速降低且低于稳态射流。根据图7(a)的结果可以看到, $St = 0.3$ 的平均绝热气膜冷却效率值最高由两个因素所致:(1) 在射流下游前半段 $St = 0.5$ 时冷却效率最低, 使得平均冷却效率最低;(2) 在射流下游后半段($x/D > 15$), $St = 0.3$ 时展向平均冷却效率值最高。

2.3 动态模态分解(DMD)

为了分析脉动频率对于流场结构和冷却效率的影响机理, 对4种频率下的脉动射流速度场和温度场分别进行动态模态分解。DMD 是以固定的时间间隔 Δt 采集流场的 N 个快照, 将其排列成矩阵形式 X 和 Y :

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{N-1}]$$

$$Y = [x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_N]$$

令 $Y = AX$, DMD 通过对 A 矩阵进行数学变换, 提取出主导的特征值以及主模态。使用通用的 exact DMD 算法对计算结果进行动态模态分解, 快照时间间隔为 0.00 048 s, 每个工况使用 50 个快照作

为模态分解数据源。

中标出位置。

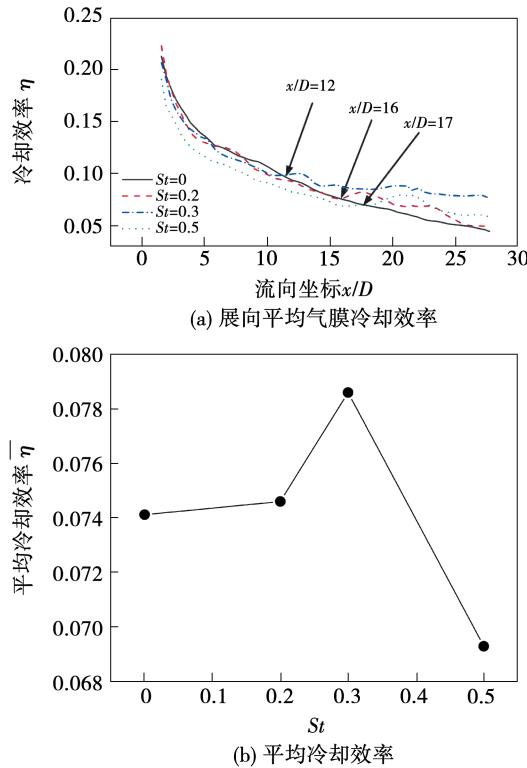


图 7 壁面绝热气膜冷却效率曲线

Fig. 7 Adiabatic film cooling efficiency curve on the wall

图 8 为 4 种频率下的速度动态模态分解的能量 - 频率图谱。其中,能量近似以模态振幅的平方代替,能量坐标轴采用指数坐标。在图中标出了能量从高到低排列的前 4 个高能模态 A, B, C 和 D。可以看到,能量最高的模态 A 对应的频率都为 0,即模态 A 对应稳态分量。

图 9 是 4 个高能模态对应的分解速度云图。总体来看,模态 A 对应的流场为稳态分量,从图上看不到涡结构。比较 4 种工况下的模态 A 发现,在 $St = 0.2$ 时其速度分量从 $x/D = 16$ 开始明显降低, $St = 0.3$ 时从 $x/D = 12$ 开始降低,这与图 6 中的脉动射流的冷却效率超过稳态射流的位置一致。

图 9(a) 为稳态射流 $St = 0$ 时前 4 阶高能模态对应的分解速度云图。其中,模态 B 对应的涡结构为周期排布的发卡涡,其对应频率约为 420 Hz,即在稳态射流时射流与主流形成的主要涡结构发卡涡的频率为 410 Hz。模态 C 对应为高频脉动部分,为发卡涡的次生涡结构,对应频率为 631 Hz。模态 D 对应的周期排布的涡结构为射流底部速度梯度形成的剪切涡,对应频率为 440 Hz,见 10(a) 所示的模态 A

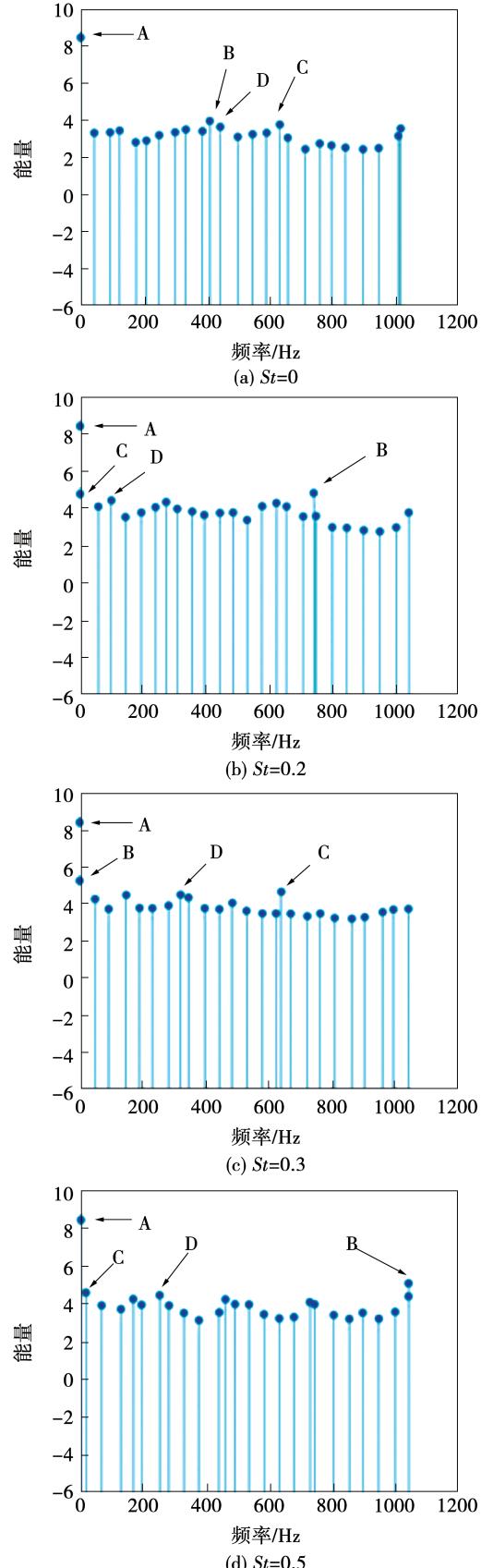


图 8 速度模态分解能量 - 频率图谱

Fig. 8 Velocity DMD energy-frequency spectrum

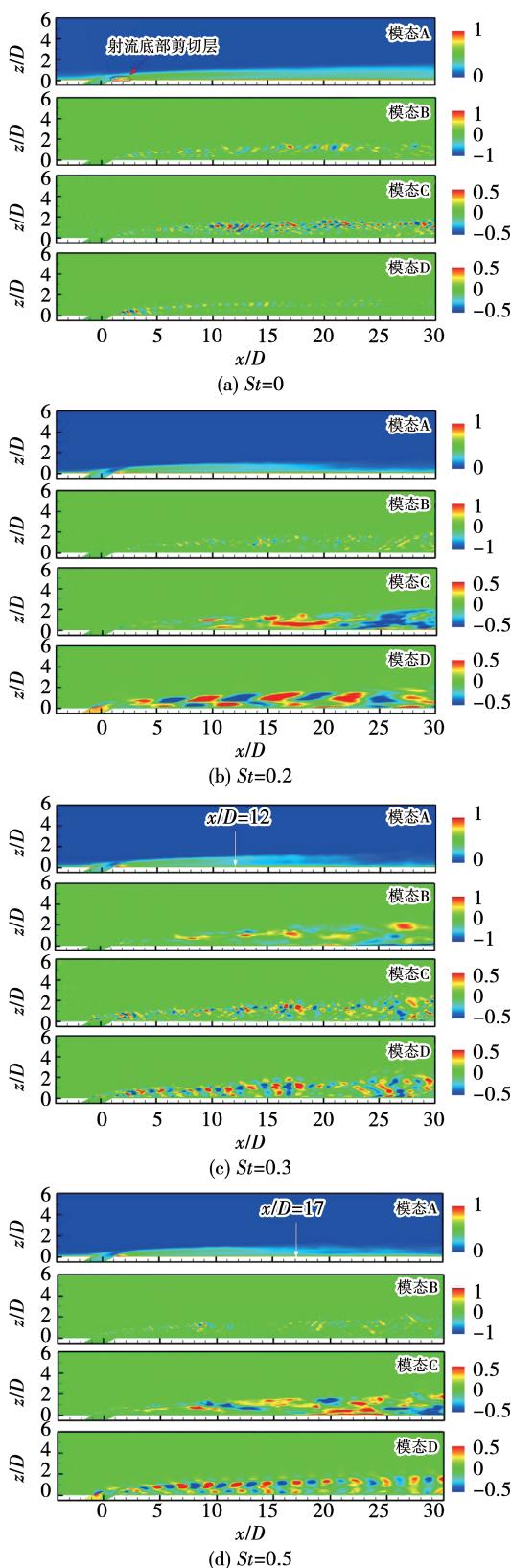


图 9 4个高能模态对应的分解速度云图

Fig. 9 Decomposition velocity contour corresponding to four high energy modes

图 9(b) 为 $St = 0.2$ 时的前 4 阶高能模态对应

的分解速度云图。可以看到,模态能量最高的模态 B 为发卡涡的次生涡,对应频率为 740 Hz。模态 C 为速度漂移模态。模态 D 对应的涡结构为周期性反向的涡对,其对应的频率正好为正弦脉动射流的频率 100 Hz,因此模态 D 中的大涡是由脉动射流引起的。图 9(c) 为 $St = 0.3$ 时前 4 阶高能模态对应的分解速度云图。从图中可以看到,模态 D 的涡结构最大,而其对应的频率为 300 Hz,为脉动频率的 2 倍。模态 C 为发卡涡的次生涡结构,对应频率为 638 Hz,模态 B 也为速度漂移模态。图 9(d) 为 $St = 0.5$ 时的前 4 阶高能模态对应的分解速度云图。模态 B 对应的分解速度涡结构为发卡涡的次生涡结构,对应频率为 1 000 Hz。模态 D 对应的频率为正弦脉动射流频率 250 Hz,其分解速度云图中的涡结构也为周期排布的反向涡对。说明脉动射流破坏了下游发卡涡结构,降低了发卡涡的能量,使得下游冷却效率高于稳态射流。在脉动射流中发卡涡的次生涡能量最高,其次是正弦脉动引起的涡。由于次生涡主要发生在远离射流的下游,因此稳态气膜冷却效率与脉动气膜冷却效率在远离射流孔的下游差别较大,而在气膜孔下游附近的地方数值较接近。

图 10 给出了脉动射流破坏发卡涡结构过程的示意图。

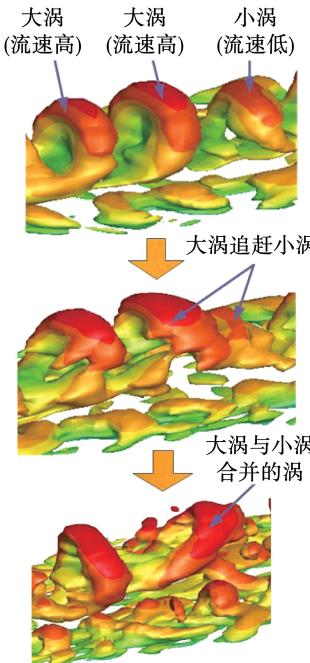


图 10 脉动射流作用下发卡涡破碎过程示意图

Fig. 10 Schematic diagram of crushing process of hairpin vortex under the action of pulsation jet flow

由于射流速度以正弦规律变化,生成的发卡涡大小不同,高速射流形成的大涡将追赶上低速小涡,最终合并,在这个过程中还生成了大量高频次生涡。脉动频率的增加加剧了射流下游发卡涡的破碎。但在 $St = 0.5$ 时,由于脉动频率为 250 Hz,约为发卡涡频率的一半,使得周期产生的发卡涡出现规则的一大一小,如图 11 所示。一大一小两个涡合并后将产生周期更大的规则的发卡涡,将底层的冷气卷得更高并与外层的高温气体掺混,从而降低了冷却效率。因此, $St = 0.5$ 时射流下游的前半段冷却效率甚至低于稳态射流。但是随着下游合成发卡涡的破碎,其冷却效率将逐渐高于稳态射流。

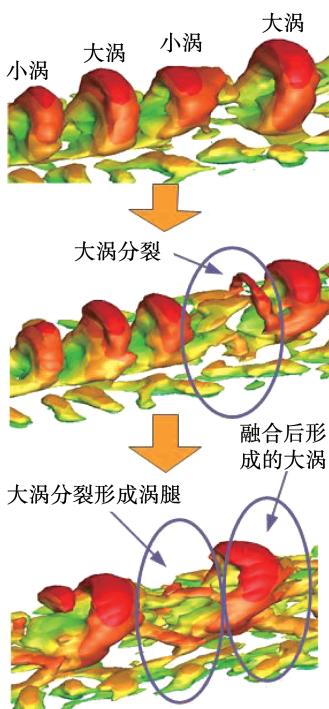


图 11 $St = 0.5$ 时脉动射流发卡涡破碎过程示意图

Fig. 11 Schematic diagram of crushing process of hairpin vortex under the action of pulsation jet flow at $St = 0.5$

图 12 为 4 种频率下的壁面温度动态模态分解的能量 - 频率图谱。图中标出了能量最高的 5 个频率作为模态 A, B, C, D 和 E。 $St = 0.2$ 与 0.5 中的模态 B 对应频率也为零, 是温度漂移模态, 表示在流场发展过程中流场均值随时间的变化。从图中可以看到, 温度的高能模态基本集中在低频区, 说明频率越高对温度的影响越小, 这与速度不同, 且温度的高能模态与速度的高能模态对应的频率不同, 说明矢

量速度的变化并不会引起标量温度的同步变化。

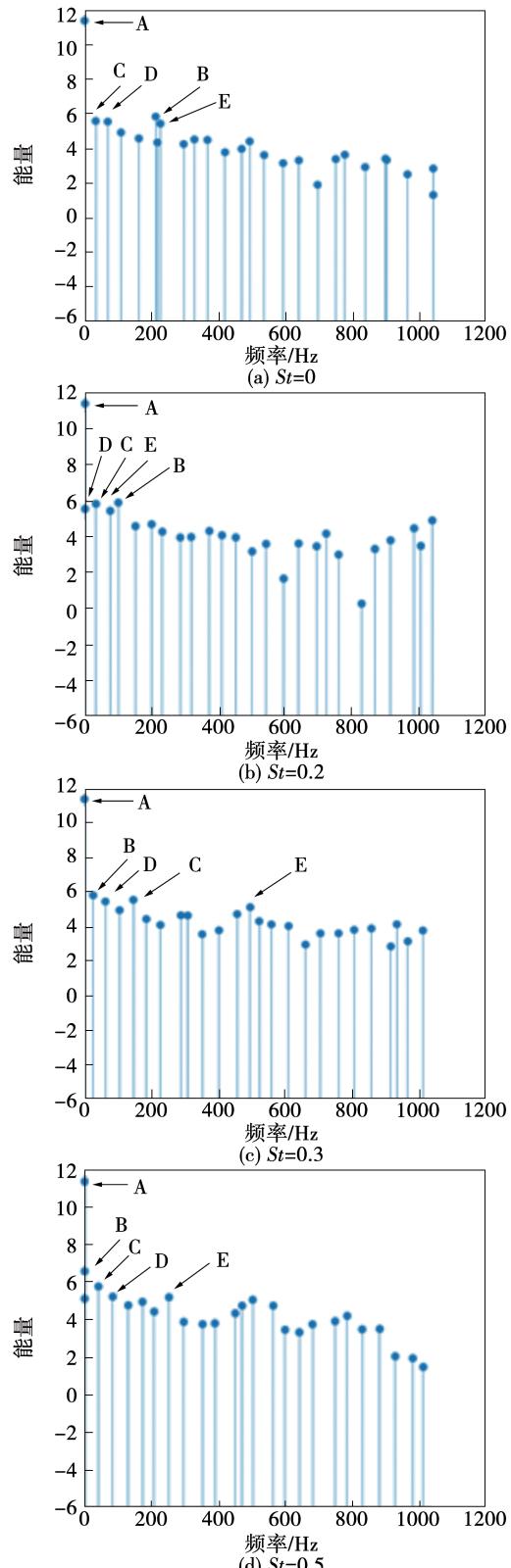


图 12 温度模态分解能量 - 频率图谱

Fig. 12 Temperature DMD energy-frequency spectrum

图 13(a) 为稳态射流 $St = 0$ 分解得到的前 5 个

高能模态对应的温度云图。模态 A 对应的频率为零,为温度时均值。对于模态 B 和 E,温度值在气膜孔附近存在较大波动,且波动的温度区域形状都为涡状。对于模态 C 和 D,在射流下游温度波动呈条带状,由低频条状涡结构引起。 $St = 0.2$ 时,模态 B 中气膜孔下游有对称分布的周期性温度脉动涡。由于模态 B 对应的频率是 100 Hz,与 $St = 0.2$ 的正弦脉动射流频率相同。说明该温度波动涡是由脉动射流引起,且该温度波动涡的形状是与发卡涡的涡腿形状相同,说明发卡涡的涡腿结构是影响壁面冷却效率的主要因素。随着发卡涡结构沿流向方向破碎,在远离气膜孔的下游位置温度脉动逐渐减小。模态 C 和 E 的条带状温度脉动区域是由低频条状涡结构所引起。模态 D 的频率为零,对应的是温度漂移模态。当 $St = 0.3$ 时,模态 B 中的温度脉动分量也呈条带状分布,说明该温度脉动由低频条状涡结构引起。模态 C 中的温度脉动区域为规则的周期性涡状结构,且模态 C 对应的频率正弦射流的脉动频率 150 Hz,说明该温度模态是由脉动射流引起。对于模态 E,可以看到,在气膜孔出口附近有明显的温度波动,且该温度波动区域的形状与气膜出口处的马蹄涡形状相似,说明该温度脉动值是由脉动射流在气膜孔出口形成的马蹄涡引起。在 $St = 0.5$ 时,模态 B 对应的是温度漂移模态。模态 E 对应频率为 250 Hz,与脉动射流的频率相同,其温度脉动发生在气膜孔出口位置,说明高频脉动的射流仅能影响气膜孔出口附近的温度脉动,对远离气膜孔下游位置的冷却效率影响较小。

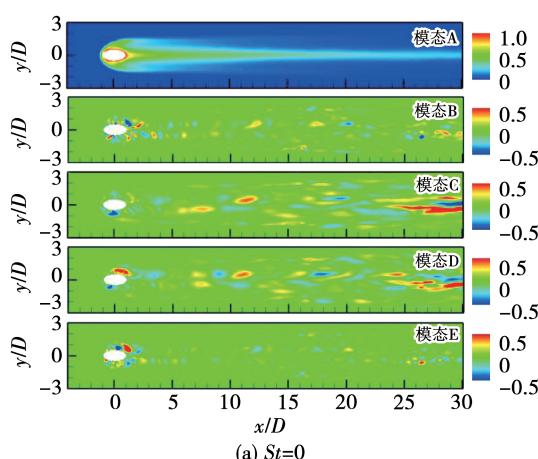
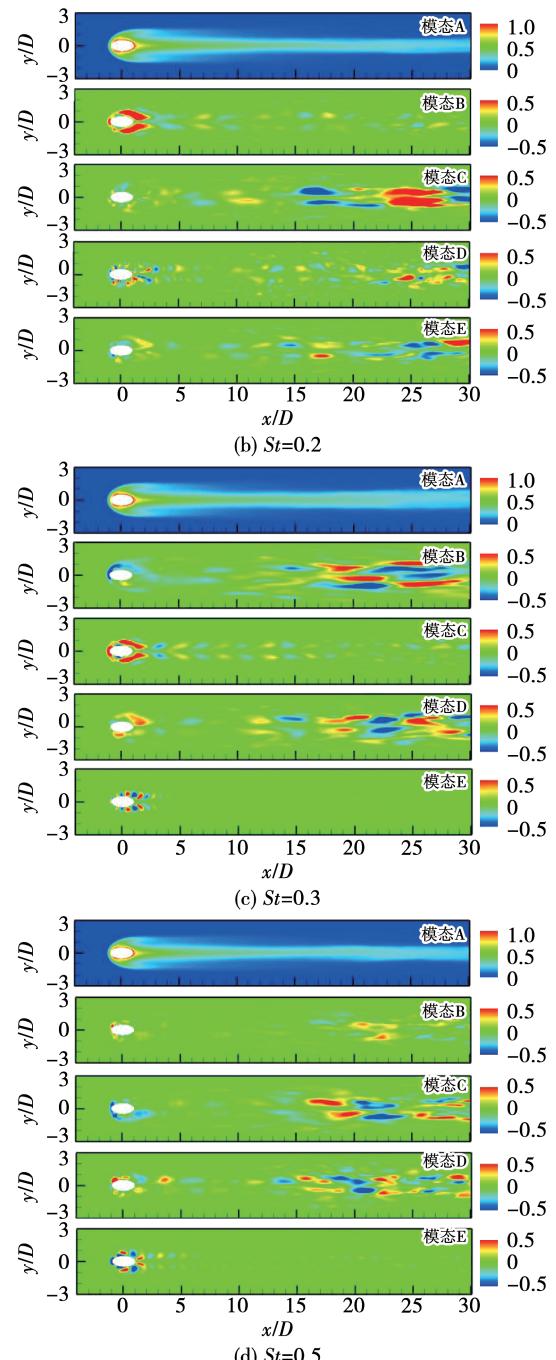
(a) $St=0$ (b) $St=0.2$ (c) $St=0.3$ (d) $St=0.5$

图 13 高能模态对应的温度分解云图

Fig. 13 Temperature decomposition contour corresponding to high energy modes

3 结 论

(1) 发卡涡使得壁面流体被卷起与外部主流掺混,而脉动射流促进了下游发卡涡的破碎,因此提高了远离气膜孔下游的气膜冷却效率。因此,在 $x/D > 15$ 的位置脉动气膜冷却效率高于稳态射流。

(2) 脉动频率的增加提高了发卡涡破碎速度,因此 $St = 0.3$ 时均冷却效率高于 $St = 0.2$,但由于 $St = 0.5$ 时的频率接近发卡涡频率的一半,在射流出口附近产生了周期性的大小涡合并生成了更大的发卡涡,使得 $x/D < 15$ 处的气膜冷却效率最低且低于稳态射流。整个通道的平均冷却效率在 $St = 0.5$ 时最低,因此脉动射流气膜冷却效率不会随着脉动频率的变化而线性变化。

(3) 通过对速度和温度的模态分析发现,射流脉动产生了很多次生涡结构,这些次生涡结构提高了展向上的气膜冷却效率。低频的涡结构使得温度脉动变化,而高频涡结构影响稳态时均温度分量。

参考文献:

- [1] 葛绍岩,刘登瀛,徐靖中,等.气膜冷却 [M].北京:科学出版社,1985.
GE Shao-yan, LIU Deng-ying, XU Jing-zhong, et al. Film cooling [M]. Beijing: Science Press, 1985.
- [2] FRIC T F, ROSHKO A. Vortical structure in the wake of a transverse jet [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 279(1): 1–47.
- [3] TYAGI M, ACHARYA S. Large eddy simulation of film cooling flow from an inclined cylindrical jet [J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(4): 734–742.
- [4] KE Z, WANG J. Numerical investigations of pulsed film cooling on an entire turbine vane [J]. Applied Thermal Engineering, 2015(87): 117–126.
- [5] BONS J P, RIVIR J B, MAC ARTHUR C D, et al. The effect of unsteadiness on film cooling effectiveness [J]. AIAA 1995–306: 1–12.
- [6] SULTAND, QAISER, LALIZEL, et al. Influence of coolant jet pulsation on the convective film cooling of an adiabatic wall [J]. Journal of Heat Transfer: Transactions of the ASME, 2017, 139(2): 1–12.
- [7] ROZATI A, TAFTI D K. Effect of coolant-mainstream blowing ratio on leading edge film cooling flow and heat transfer-LES investigation [J]. International Journal of Heat Fluid Flow, 2008, 29: 857–873.
- [8] MULDOON F, ACHARYA S. DNS study of pulsed film cooling for enhanced cooling effectiveness [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2009, 52: 3118–3127.
- [9] RENZE P, SCHRODER W, MEINKE M. Large eddy simulation of film cooling flows with variable density jets [J]. Flow Turbulence Combust, 2008, 80: 119–132.
- [10] BERKOOZ G, HOLMES P, LUMLEY J L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1993, 25: 530–537.
- [11] NOACK B R. From snapshots to modal expansions-bridging low residuals and pure frequencies [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 802: 1–4.
- [12] SCHMIDT P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656: 5–28.
- [13] SCHMID P J, SESTERHENN J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656(10): 5–28.
- [14] 寇家庆,张伟伟. 动力学模态分解及其在流体力学中的应用 [J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 163–179.
KOU Jia-qing, ZHANG Wei-wei. Dynamic mode decomposition and its applications in fluid dynamics [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 163–179.
- [15] KALGHATIGI P, ACHARYA S. Modal analysis of inclined film cooling jet flow [J]. Journal of Turbomachinery, 2014, 136(8): 1–11.

(丛 敏 编辑)