

基于 POD 分析离心泵叶轮入口流动结构发展规律

邓潇睿¹, 阳 君¹, 廖振阳¹, 谢 田²

(1. 上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093; 2. 格兰富(中国)投资有限公司苏州分公司, 江苏 苏州 215000)

摘 要: 为了研究离心泵叶轮内部周期性非定常流动结构, 基于 POD 方法, 从能量、时间和空间 3 个方面对叶轮内部压力场进行分析, 研究其非定常流动结构随着流量变化的发展规律。结果表明: 叶轮压力场前 5 阶 POD 模态的能量占总能量的 90% 左右; 随着流量的降低, 离散频率分别为 $St_{0.23}$ 和 $St_{0.19}$ 的两种非定常流动结构开始在叶轮入口出现, 且与回流区吻合; 在流量处于 $0.8Q_{Des}$ 时, 特征频率为 $St_{0.23}$ 在 2~5 阶 POD 能量占比较大, 且强度沿着前盖板至轮毂方向逐渐降低; 在流量处于 $0.7Q_{Des}$ 时, 特征频率为 $St_{0.23}$ 的非受迫周期性流动结构的能量占比降低。由于动静干涉的影响, 轴频 St_R 与特征频率 $St_{0.23}$ 的线性频率 $St_{0.19}$ 能量强度增加, 在流场中占据主导地位, 且特征频率为 $St_{0.19}$ 的流动结构在靠近中截面偏前盖板的能量强度最大, 并向两边逐渐降低。

关 键 词: 离心泵; 压力场; POD; 周期性流动

中图分类号: TH311 文献标识码: A DOI: 10.16146/j.cnki.rndlgc.2022.05.003

[引用本文格式] 邓潇睿, 阳 君, 廖振阳, 等. 基于 POD 分析离心泵叶轮入口流动结构发展规律[J]. 热能动力工程, 2022, 37(5): 15-22. DENG Xiao-rui, YANG Jun, LIAO Zhen-yang, et al. Analysis of development law of flow structure at impeller inlet of centrifugal pump based on POD[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2022, 37(5): 15-22.

Analysis of Development Law of Flow Structure at Impeller Inlet of Centrifugal Pump based on POD

DENG Xiao-rui¹, YANG Jun¹, LIAO Zhen-yang¹, XIE Tian²

(1. School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, China, Post Code: 200093;
2. Grundfos(China) Holding Co., Ltd, Suzhou, China, Post Code: 215000)

Abstract: In order to better study the inner periodic unsteady flow structure of the centrifugal pump impeller, the pressure field in the impeller was analyzed based on the POD method from three aspects of energy, time and space to study the development law of the unsteady flow structures with the changes of flow rate. The results show that the energy of the first 5-order POD modes of the impeller pressure field accounts for about 90% of the total energy. As the flow rate decreases, two unsteady flow structures with discrete frequencies of $St_{0.23}$ and $St_{0.19}$ begin to appear at the impeller inlet, which is consistent with the backflow zone. When the flow rate is $0.8Q_{Des}$, the energy proportion of characteristic frequency of $St_{0.23}$ is significant at 2-order to 5-order POD modes, and the intensity gradually decreases along the direction from the front cover plate to the hub. When the flow rate is at $0.7Q_{Des}$, the energy proportion of the non-forced periodic flow structure with the characteristic frequency $St_{0.23}$ decreases. Due to the influence of dynamic

收稿日期: 2021-06-28; 修订日期: 2021-08-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51976125); 国家重点研发项目课题(2017YFC0806604)

Fund-supported Project: National Natural Science Foundation of China (51976125); National Key Research and Development Project (2017YFC0806604)

作者简介: 邓潇睿(1998-), 男, 江西上饶人, 上海理工大学硕士研究生。

通讯作者: 阳 君(1987-), 女, 江西景德镇人, 上海理工大学副教授。

and static interference, the energy intensity of the axial frequency St_R and the linear frequency $St_{0.19}$ of the characteristic frequency $St_{0.23}$ increases, which occupies a dominant position in the flow field. The flow structure with the characteristic frequency $St_{0.19}$ has the largest energy intensity near the middle section and the front cover plate, and gradually decreases to both sides.

Key words: centrifugal pump, pressure field, POD, periodic flow

引 言

离心泵是一种常用的通用机械,广泛应用于国民经济的多领域^[1]。叶轮作为离心泵最主要的部件^[2],其内部流动结构十分复杂,包括回流、空化汽蚀、流动分离、射流尾迹等^[3]。这些非定常流动不仅会对过流部件造成损害,同时还会引起流动诱导振动及噪声问题。因此,研究叶轮内部的流动结构具有重要的意义。

由于流场特征量(压力、速度等)与周期性非定常流动结构有密切关系^[4],通过提取流场的这些特征量进行分析是一种有效的分析非定常流动的方法。本征正交分解(POD)作为一种基于流场特征提取方法的降阶模型^[5]被众多学者使用。Lumley^[6]首次将 POD 方法成功应用于湍流领域,Sirovich^[7]提出 snapshot 方法,通过提取流场的 POD 基对流体力学进行求解。Deane 等人^[8]应用 POD-Galerkin 方法对带槽的通道和圆柱体绕流的二维非定常流动进行研究发现,前几阶(能量最大)POD 模态能够准确地模拟流场的变化。Siegel 等人^[9]模拟圆柱尾迹涡流脱落和反馈控制的圆柱体尾流从而验证了短时本征正交分解(SPOD)程序的性能,可以更加准确地评估瞬态流场。将 POD 与 PIV 相结合也可以更加有效地分析流体在不同结构中的动态特性^[10]。

POD 在旋转水力机械内部流动结构分析中的应用也受到了关注。Rudolf 和 Štefan 等人^[11]发现可以用有限的模态来重建流场对尾水管锥管中的三维非定常流动进行研究。Wu 等人^[12]发现使用离散本征正交分解来研究工程问题中的旋转流是可行的,可以更好地了解旋转流的物理机制。Witte 等人^[13]利用 POD 方法研究径向水轮机内部湍流流场发现,与叶频对立的相干流动结构及其相关的压力

波动是了解水轮机内湍流流场的内部动力学的关键要素。通过几个 POD 模态捕捉流动中的绝大部分能量,该方法对于研究水力机械内部流动结构、提取流场的主要特征十分有效。

因此,本文基于 POD 方法,对离心泵叶轮内部的压力场进行分析,从能量、时间和空间 3 个方面,研究叶轮内部周期性非定常流动结构随着流量变化的发展规律。

1 流场降阶分析方法

传统的数据分析方法在分析复杂的流场时较为困难,POD 作为一种流场降阶分析方法,可以通过提取主要的流场特征结构^[14]对其进行快速地分析。基于 POD 方法,以离心泵叶轮压力场作为分析对象,将其分解成若干空间正交模态,并对各个模态的特征值大小进行排序,从而选择出主要流动模态。

建立压力场矩阵 $\mathbf{P}$,其包含了离散时刻的流场快照:

$$\mathbf{P} = [p(x, t_i)]_{i=1}^m \quad (1)$$

式中: p —流场中的压力; x —网格点数; t_i —离散时刻; m —快照的数量。

同时,压力可分解为平均压力 $\bar{p}$ 和脉动压力 $\tilde{p}$ 的叠加:

$$p(x, t_i) = \bar{p}(x, t_i) + \tilde{p}(x, t_i) \quad (2)$$

然后通过 POD 方法将式(2)中压力的脉动部分分解为 POD 基函数 $\varphi_j(x)$ 和 POD 时间系数 $a_j(t_i)$ 的乘积:

$$\tilde{p}(x, t_i) = \sum_{j=1}^m a_j(t_i) \cdot \varphi_j(x) \quad (3)$$

式中: $a_j(t_i)$ — t_i 时间下第 j 模态的时间特性; φ_j —对应网格节点的列向量,代表了该阶 POD 模态的空间分布。

对相关矩阵 C 式(4)进行特征值分解,如式(5)所示。

$$\boldsymbol{C} = \tilde{\boldsymbol{P}}^{\text{T}} \tilde{\boldsymbol{P}}$$

(4)

$$\boldsymbol{C} \boldsymbol{A}_j = \boldsymbol{\lambda}_j \boldsymbol{A}_j, j = 1, 2, \cdots, m$$

(5)

式中： $\boldsymbol{P}$ —脉动部分的流场快照组成的矩阵； $\boldsymbol{\lambda}_j$ —POD 特征值； $\boldsymbol{A}_j$ —相关特征向量。

通过式(5)得出 POD 基函数 $\varphi_j(x)$ 和 POD 时间系数 $a_j(t_i)$ ：

$$\varphi_j = \tilde{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{A}_j / \sqrt{\boldsymbol{\lambda}_j}$$

(6)

$$a_j = \varphi_j^{\text{T}} \tilde{\boldsymbol{P}}$$

(7)

POD 特征值的大小对应着该模态能量的大小，按照其特征值的大小对模态进行排序。在分析过程中，提取压力场中能量占比较高的前几阶高能模态，对它们的时间系数和 POD 基函数进行研究，从能量的角度来分析叶轮中主要的非定常流动结构及其时空特征。通过 POD 分析，对复杂的压力场进行降阶，来研究叶轮内部流动结构随流量变化的发展规律。

2 数值模拟方法

2.1 离心泵模型

研究对象为无导叶离心泵，由入口段、口环、叶轮、蜗壳、出口段 5 部分组成，三维模型如图 1 所示。该模型比转速为 132.2，叶轮含有 6 个后弯式扭曲叶片，叶片入口角为 26.65°，出口角为 29.05°。

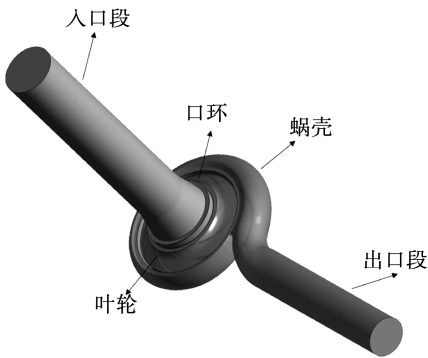


图 1 离心泵的三维几何模型

Fig.1 Three-dimensional geometric model of centrifugal pump

2.2 边界条件与网格划分

采用 CFX 对模型泵 4 种流量下 ($1.0Q_{\text{Des}}$, $0.8Q_{\text{Des}}$, $0.7Q_{\text{Des}}$ 和 $0.6Q_{\text{Des}}$) 的流场进行数值仿真，计算域的进口边界条件为质量流量进口，出口边界

条件为 Opening，壁面条件设置为无滑移壁面，湍流模型选用 SST $k-\omega$ ，定常计算时动静交界面模型采用 Frozen Rotor，非定常计算时动静交界面模型采用 Transient Rotor Stator 模型，为了更容易实现收敛，将模拟所得定常计算结果用于非定常计算的初始条件。选用时间步长为 0.000 171 8 s，即每个时间步内叶轮旋转 3°，计算时长为 0.5 s，频率误差为 2 Hz。

模型采用六面体结构化网格进行划分，并进行网格无关性验证，对不同网格数下扬程的计算结果 h 与试验结果 h_{exp} 进行对比分析，如图 2 所示。由图 2 可知，当网格数大于 2.3×10^6 后，扬程将不随网格数增大而发生明显变化，且与试验值更加接近，误差为 2.2%。因此，选用网格数为 2.3×10^6 的模型进行后续研究。

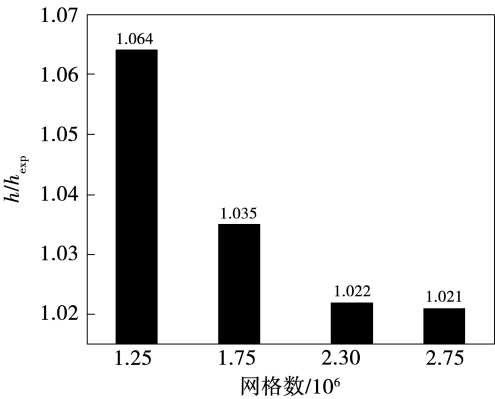


图 2 网格无关性分析

Fig.2 Analysis of grid independence

2.3 监测点与监测面的设定

为了分析叶轮入口的压力脉动信号，在叶轮入口设置了 4 个监测点，如图 3 所示。同时为了对后续所得压力数据进行 POD 处理分析，沿着轮毂到前盖板的方向依次建立 4 个径向截面作为监测面来监测压力信号，图 4 为 4 个径向截面的空间位置示意图。采用无量纲 Span 对径向截面进行描述，Span 定义为径向截面和轮毂之间的距离与轮毂和前盖板之间的距离之比^[15]。从图 4 可以看出，前盖板表示为 Span = 1，轮毂表示为 Span = 0，4 个径向截面沿着前盖板到轮毂方向分别取值为 0.95、0.7、0.5 和 0.1。

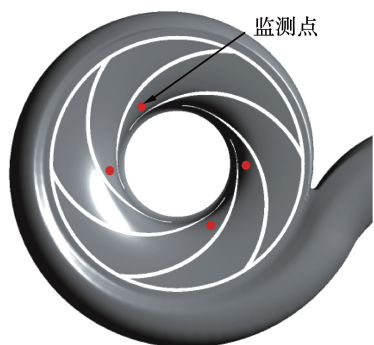


图3 离心泵叶轮入口监测点

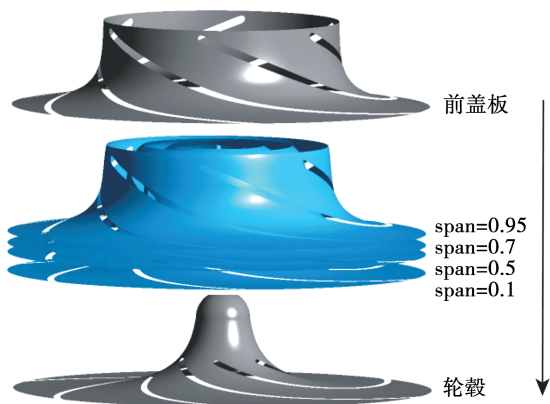
Fig.3 Monitoring points of centrifugal pump
impeller inlet

图4 离心泵叶轮径向截面的位置

Fig.4 The position of the radial sections in the
centrifugal impeller

为了更好地表征周期性流动的频率,将所有频率用斯特劳哈尔数 St 来进行无量纲化表述,其表达式为^[16]:

$$St = \frac{f}{f_{BPF}} = \frac{\pi D_2 f}{Zu} \quad (8)$$

式中: f —实际频率, Hz; f_{BPF} —叶片通过频率, Hz; D_2 —叶轮的出口直径, 140 mm; u —叶轮出口圆周速度, m/s; Z —叶轮叶片数; 模型泵的叶片通过频率 f_{BPF} 和轴频 f_R 分别为 291 和 48.5 Hz, 对应的斯特劳哈尔数分别为 $St_{BPF} = 1$ 和 $St_R \approx 0.1667$ 。

由于采样频率为 5 820 Hz, 远大于 10 倍的叶片通过频率 f_{BPF} , 因此满足奈奎斯特采样定律 (Nyquist Sampling Theorem)^[17]。

3 结果与分析

3.1 离心泵叶轮内流场分析

在不同流量下, 叶轮入口的二维流场分布如图 5 所示。当处于设计流量工况时, 流场分布均匀。随着流量的减小, 流动分离出现并加剧, 叶轮入口流场分布不均匀。

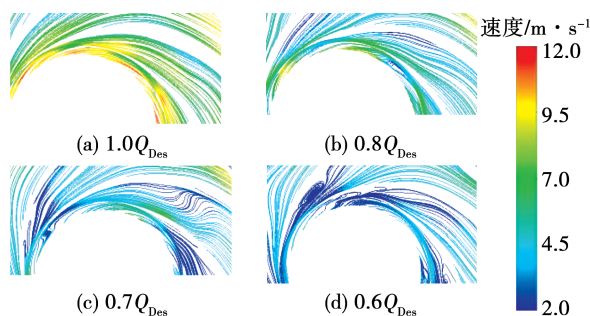


图5 不同流量时叶轮入口区域流场

Fig.5 Flow field distribution of impeller inlet at
different flow rates

对叶轮入口区域压力监测点的数据进行快速傅里叶变换 (FFT), 图 6 为其中 1 个点的的结果。在设计流量工况下, 主要的离散峰值为 St_{BPF} 、 St_R 及其倍频。但随着流量的减小, $St \approx 0.23$ ($St_{0.23}$) 和 $St \approx 0.19$ ($St_{0.19}$) 离散频率开始出现。

3.2 POD 模态能量分布

POD 各阶模态能量的分布可以通过能量比 η 来进行描述:

$$\eta = \lambda_j / \sum_{i=1}^m \lambda_i, j = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

式中: λ_j —POD 特征值。

根据能量比 η 对各阶 POD 模态进行排序。可以看出, 对于各个径向截面, 1 阶模态具有最大的能量占比, 如图 7 所示。前 5 阶 POD 模态的能量占比, 达到总能量的 90% 左右, 且随着流量的变化, 发生明显的改变。因此, 选择前 5 阶压力场的模态来分析流动结构在流场中所起作用。

3.3 频域特征分析

在不同的流量下, 对前 5 阶 POD 模态的时间系数 a_j 进行频域分析, 得到各模态下主要的离散峰值频率, 不同的离散峰值频率代表了不同的流动结构。对不同流量下各径向截面的前 5 阶 POD 模态中峰

值最高的离散频率进行统计,如图8所示。

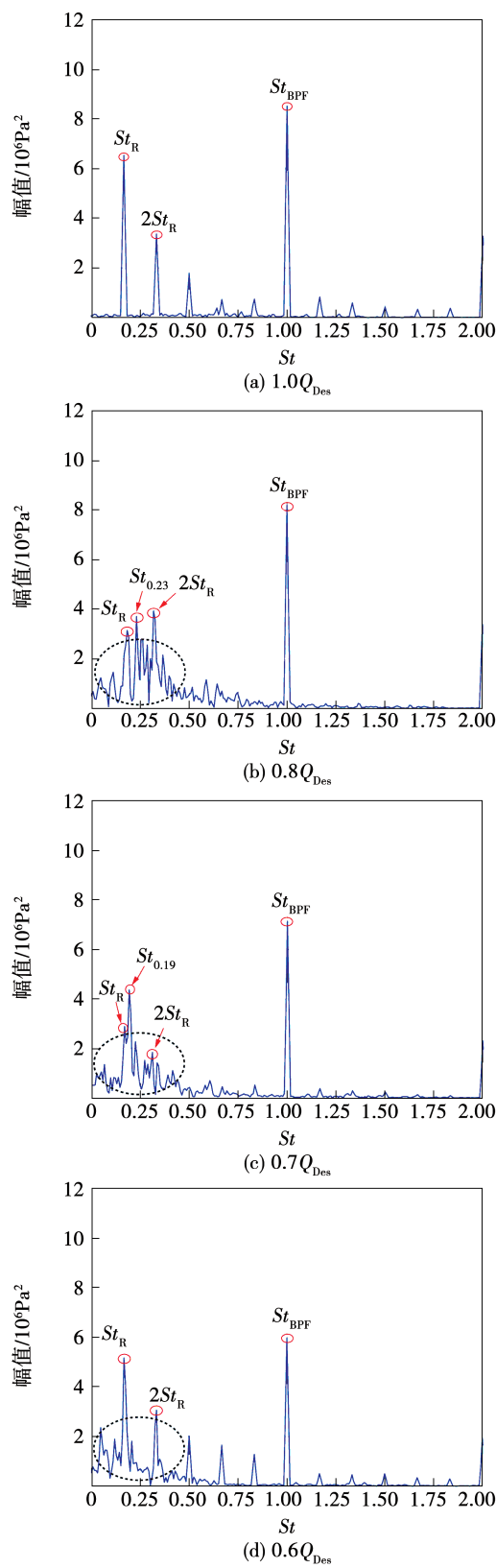


图6 不同流量下流道内压力脉动信号的频谱图

Fig.6 Spectrum of the pressure pulsation signals in the flow channel at different flow rates

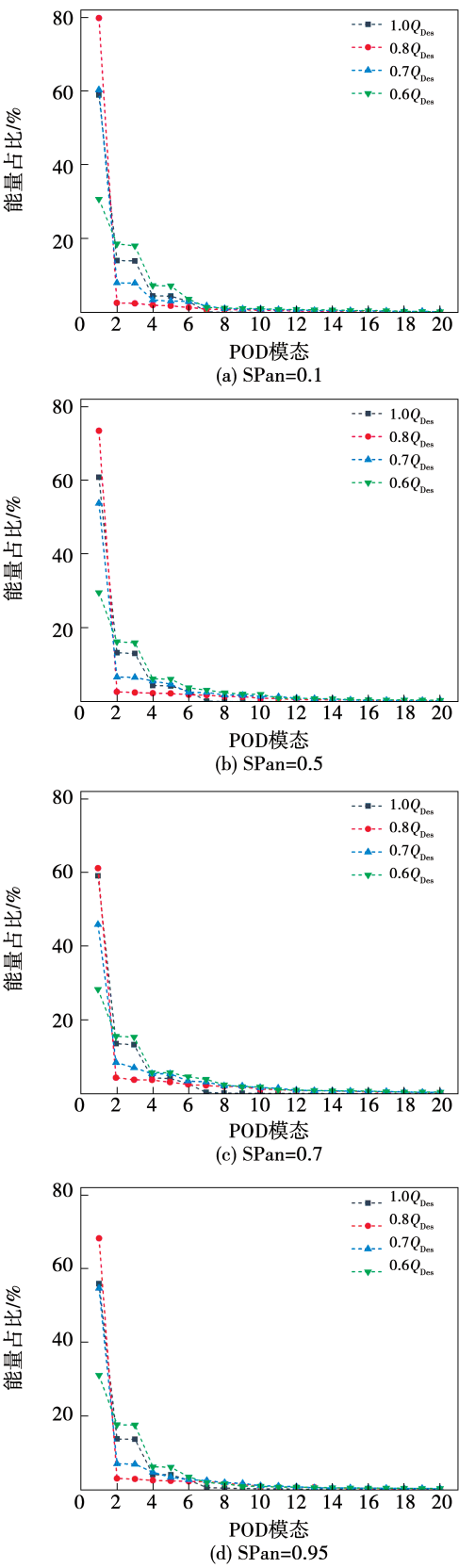


图7 不同流量工况下4个径向截面中前20阶POD模式的能量占比

Fig.7 Energy ratios of the first 20 POD modes on four radial sections at different flow rates

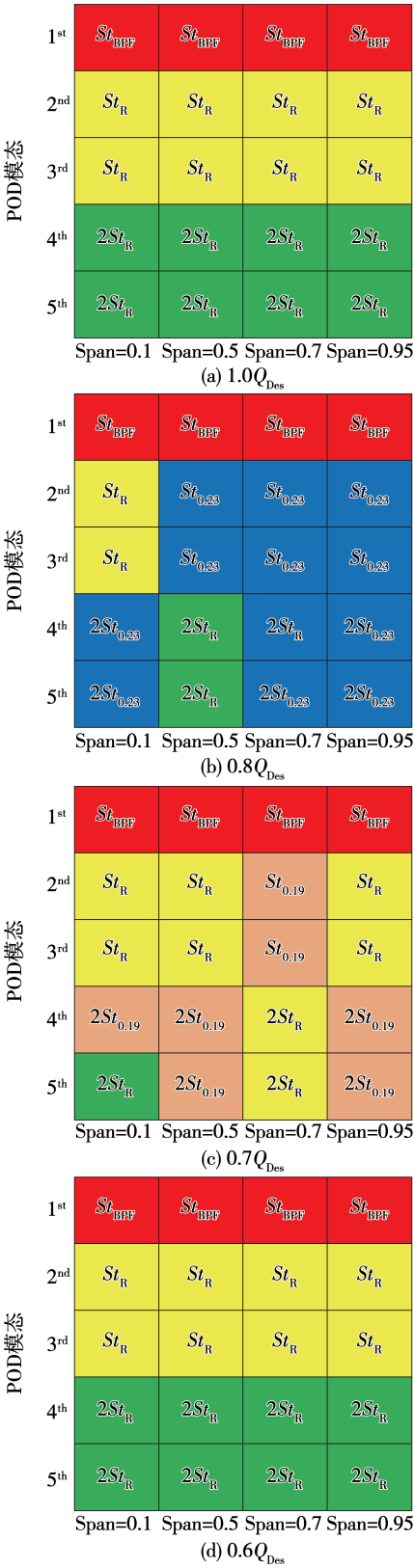


图 8 不同流量下前 5 阶 POD 模态的最大峰值离散频率

Fig. 8 Discrete frequency with largest peak value of the first 5 POD modes at different flow rates

由图 8 可初步推测:在设计流量工况下,前 5 阶 POD 模态的最大峰值频率分别为 St_{BPF} , St_R 以及其倍频,这表明与动静干涉相关的周期性非定常流动结构是设计流量下流场的主要能量贡献成分;随着流量减小,1 阶 POD 模态的最大幅值频率仍然为 St_{BPF} ,但高阶模态的最大峰值频率发生改变,出现频率 $St_{0.23}$ 和 $St_{0.19}$;当流量处于 $0.8Q_{Des}$ 时,出现了频率 $St_{0.23}$ 的非定常流动结构,该流动结构在 2 阶 POD 模态能量占比最高,且该流动结构在工况小于设计流量点时开始出现、增强且作用强度沿着前盖板至轮毂方向逐渐降低;当流量减小至 $0.7Q_{Des}$ 时,受动静干涉影响加剧, $St_{0.23}$ 对应的流动结构对非定常流场的能量贡献开始减弱,慢慢转换为频率 $St_{0.19}$ 的流动结构, Yang^[15] 此前通过双频谱分析将特征频率 $St_{0.23}$ 确认为非线性频率,频率 $St_{0.19}$, St_R 和 $St_{0.23}$ 之间存在线性关系,表示为 $St_{0.19} \approx 3(St_{0.23} - St_R)$;当流量进一步发展至 $0.6Q_{Des}$,以上两种非受迫性频率消失,动静干涉作用为叶轮的主要周期性流动结构,最大峰值的离散频率为 St_{BPF} , St_R 及其倍频。这与传统频谱分析结果一致。

3.4 空间特征分析

通过对前 5 阶 POD 模态的时间系数 a_j 进行频谱分析,发现离散频率 $St_{0.23}$ 和 $St_{0.19}$ 在 $0.8Q_{Des}$ 及 $0.7Q_{Des}$ 流量下分别出现。为了进一步研究这两种非定常流动结构的空間位置,对 2 阶 POD 基函数 φ_2 进行二维可视化分析,所得各截面压力场空间分布位置如图 9 所示。图中,对各 Span 面上叶轮入口的能量作用强度进行表征,箭头的高低代表了叶轮入口流动结构能量作用强度的大小,并标注了作用强度减弱的方向。

由图 9 可知,当流量处于 $0.8Q_{Des}$ 时,径向截面 Span = 0.95 和 Span = 0.7 的叶轮入口出现明显的高峰值区域,且该流动结构的作用强度沿着前盖板至轮毂方向逐渐降低,其变化趋势与图 8(b) 中离散频率 $St_{0.23}$ 的流动结构能量占比变化一致,位置与图 5 发生流动分离的位置重合。因此,流量处于 $0.8Q_{Des}$ 出现的高峰值区域是离散频率为 $St_{0.23}$ 的周期性非定常流动结构。该流动结构分布在叶轮入口

区域,分布区域沿轮毂至前盖板方向其逐渐向叶轮流道中部扩张,而 $\text{Span} = 0.1$ 高峰值区域位于叶轮出口,峰值频率为 St_R 。当流量为 $0.7Q_{\text{Des}}$ 时,径向截面 $\text{Span} = 0.7$ 出现明显的高峰值区域,随着径向截面靠近前盖板和轮毂,该流动结构的作用强度出现明显的降低,该结果与图 8(c) 中离散频率 $St_{0.19}$ 的流动结构能量占比变化一致,而在其他径向截面上,

高峰值区域位于叶轮出口,峰值频率为 St_R 。考虑到它们的特征频率及其相似的空间特征之间存在线性关系,由于叶轮的旋转和流量的变化,频率 $St_{0.19}$ 的周期性非定常流动结构是由于频率 St_R 的非定常流动结构作用增强与频率 $St_{0.23}$ 的流动结构相互作用发展而来的。

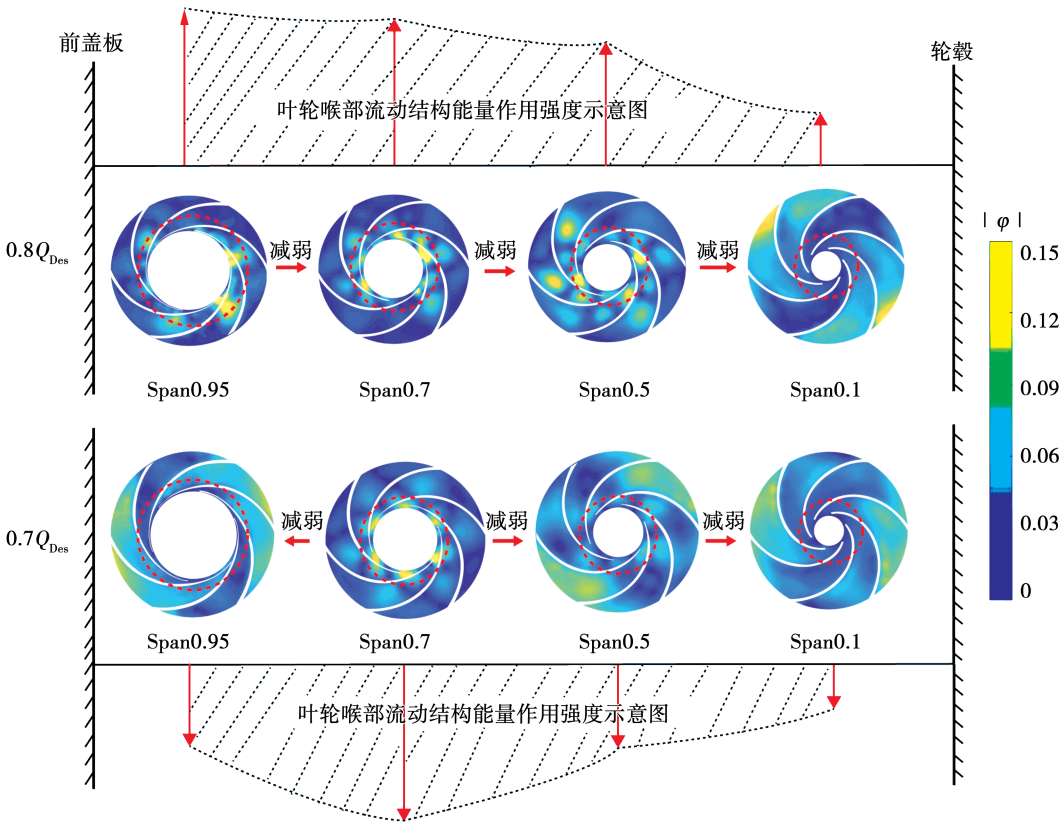


图 9 0.8 Q_{Des} ,0.7 Q_{Des} 流量下各截面 2 阶 POD 模态压力场的空间分布

Fig.9 Spatial distribution of pressure field of the second-order POD mode on each section at 0.8 Q_{Des} and 0.7 Q_{Des} flow rates

4 结 论

对无导叶离心泵进行了数值模拟,并基于 POD 方法从能量占比、空间特征和时间特征 3 个方面对叶轮入口区域的压力场进行分析,研究叶轮入口流动结构的变化,并得到以下结论:

(1) 从流场分布图可以看出叶轮入口出现回流区,对压力场进行 POD 分析发现,随着流量减小,回流区的周期性会发生变化。当流量处于 0.8 Q_{Des} 和

0.7 Q_{Des} 时,频率 $St_{0.23}$ 和 $St_{0.19}$ 的非受迫周期性流动结构分别出现,分布在叶轮入口附近,与回流区吻合。流量进一步减小至 0.6 Q_{Des} ,频率 $St_{0.23}$ 和 $St_{0.19}$ 的非受迫周期性流动结构消失,由于动静干涉作用的加强,回流发展更加明显。

(2) 当流量处于 0.8 Q_{Des} 时,特征频率 $St_{0.23}$ 的非受迫周期性流动结构在叶轮入口起主导作用,并沿着前盖板至轮毂方向作用逐渐减弱。随着流量减小至 0.7 Q_{Des} ,由于动静干涉的影响加剧,频率 $St_{0.23}$ 的

非受迫周期性流动结构的能量降低,在流场中的作用随之削弱,频率 $St_{0.19}$ 的非受迫周期性流动结构出现,能量占比增大,对叶轮入口区域起着主导作用,该流动结构在 $\text{Span} = 0.7$ 截面的能量最大,并向两边逐渐降低。频率 $St_{0.19}$ 的周期性非定常流动结构可能是从频率 $St_{0.23}$ 的流动结构发展而来的,且频率 $St_{0.19}$, St_R 和 $St_{0.23}$ 之间存在线性关系,表示为 $St_{0.19} \approx 3(St_{0.23} - St_R)$ 。当流量进一步减少至 $0.6Q_{\text{Des}}$,动静干涉的影响加强,叶轮入口周期性非定常流动结构的频率为 St_R 。

参考文献:

- [1] 关醒凡. 现代泵技术手册[M]. 北京:宇航出版社,1995.
GUAN Xing-fan. Modern pump technical manual [M]. Beijing: China Aerospace Publishing House,1995.
- [2] 杨军虎,赵万勇,李金平. 极低比转速叶轮内流体的流动分析和叶轮的设计[J]. 流体机械,2001,29(7):20-22.
YANG Jun-hu,ZHAO Wan-yong,LI Jin-ping. Flow analysis of the impeller in centrifugal pump with very low specific speed[J]. Fluid Machinery,2001,29(7):20-22.
- [3] PEDERSEN N,LARSEN P S,JACOBSEN C B. Flow in a centrifugal pump impeller at design and off-design conditions, part I: particle image velocimetry (PIV) and laser Doppler velocimetry (LDV) measurements[J]. Journal of Fluids Engineering,2003,125(1):61-72.
- [4] CHU S,DONG R,KATZ J. Relationship between unsteady flow, pressure fluctuations, and noise in a centrifugal pump, part A: use of PDV data to compute the pressure field[J]. Journal of Fluids Engineering,1995,117(1):24.
- [5] ROWLEY C W. Model reduction for fluids, using balanced proper orthogonal decomposition[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos,2005,15(3):997-1013.
- [6] LUMLEY J L. The structure of inhomogeneous turbulence[J]. Atmospheric Turbulence & Radio Wave Propagation,1967.
- [7] SIROVICH,LAWRENCE. Turbulence and the dynamics of coherent structures, I: coherent structures [J]. Quarterly of Applied Mathematics,1987,45(3):561-571.
- [8] DEANE A E,KEVREKIDIS I G,KARNIADAKIS G E,et al. Low-dimensional models for complex geometry flows: application to grooved channels and circular cylinders[J]. Phys Fluids A,1991,3(10):2337-2354.
- [9] SIEGEL S G,COHEN K,SEIDEL J,et al. Short time proper orthogonal decomposition for state estimation of transient flow fields-43rd AIAA aerospace sciences meeting and exhibit(AIAA)[J]. 2005:296.
- [10] MANDAR T. Analysis of dominant flow structures and their flow dynamics in chemical process equipment using snapshot proper orthogonal decomposition technique [J]. Chemical Engineering Science,2008,63(14):3695-3715.
- [11] ŠTEFAN D,RUDOLF P,MUNTEAN S,et al. Proper orthogonal decomposition of self-induced instabilities in decelerated swirling flows and their mitigation through axial water injection [J]. ASME. J. Fluids Eng. August,2017,139(8):081101.
- [12] WU W,YAO J,LIU J. Analysis of morphological characteristics of rotating flow field using proper orthogonal decomposition [C]//Journal of Physics:Conference Series. IOP Publishing,2018,1064(1):012077.
- [13] WITTE M,TORNER B,WURM F H. Analysis of unsteady flow structures in a radial turbomachine by using proper orthogonal decomposition [C]//Turbo Expo:Power for Land,Sea,and Air. American Society of Mechanical Engineers,2018,50992:V02AT45A023.
- [14] 寇家庆,张伟伟,高传强. 基于 POD 和 DMD 方法的跨声速抖振模态分析[J]. 航空学报,2016,37(9):2679-2689.
KOU Jia-qing,ZHANG Wei-wei,GAO Chuan-qiang. Modal analysis of transonic buffet based on POD and DMD method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2016,37(9):2679-2689.
- [15] YANG J,XIE T,LIU X,et al. Study of unforced unsteadiness in centrifugal pump at partial flow rates[J]. Journal of Thermal Science,2021,30(1):88-99.
- [16] CAVAZZINI G. Rotor-stator interaction in radial turbomachines: experimental and numerical investigation[M]. Lap Lambert Academic Publishing,2013.
- [17] 谢三毛. 基于 LabVIEW 虚拟数字滤波器的设计[J]. 华东交通大学学报,2005,22(1):83-85.
XIE San-mao. Design of virtual digital filter based on LabVIEW [J]. Journal of East China Jiaotong University,2005,22(1):83-85.

(姜雪梅 编辑)