

# 船用分扭人字齿轮传动系统振动能量与疲劳寿命研究

赵天宇, 宿吉鹏, 邵 钢, 龙相瑞

(中国船舶集团公司第七〇三研究所, 黑龙江 哈尔滨 150078)

**摘要:** 为了分析齿轮传动系统引起噪声的原因, 实现依据疲劳寿命对传动系统的振动进行控制, 建立齿轮系统中振动能量与疲劳寿命的关系。针对船用分扭人字齿轮传动系统, 运用集中参数法建立了分扭传动系统的弯扭轴耦合振动的动力学模型和方程, 考虑齿轮静态综合传动误差、安装制造误差和时变啮合刚度等因素, 采用数值积分法计算了不同输入转速和输入功率下系统振动能量和齿轮疲劳寿命, 对振动能量和齿轮疲劳寿命数据进行了分析处理, 获得了传动系统的疲劳寿命随振动能量的变化规律。结果表明: 随着振动能量的增加, 齿轮的疲劳寿命呈指数型急剧下降; 分扭级的振动能量与疲劳寿命明显小于并车级的振动能量与疲劳寿命。

**关键词:** 分扭传动; 人字齿轮; 动力学模型; 振动能量; 疲劳寿命

中图分类号: TK414.4 文献标识码: A DOI: 10.16146/j.cnki.rndlge.2021.12.017

[引用本文格式] 赵天宇, 宿吉鹏, 邵 钢, 等. 船用分扭人字齿轮传动系统振动能量与疲劳寿命研究[J]. 热能动力工程, 2021, 36(12): 111-117. ZHAO Tian-yu, SU Ji-peng, SHAO Gang, et al. Study on vibration energy and fatigue life of marine split torque herringbone gear transmission system[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2021, 36(12): 111-117.

## Study on Vibration Energy and Fatigue Life of Marine Split Torque Herringbone Gear Transmission System

ZHAO Tian-yu, SU Ji-peng, SHAO Gang, LONG Xiang-rui

(No. 703 Research Institute of CSSC, Harbin, China, Post Code: 150078)

**Abstract:** In order to analyze the causes of noise caused by gear transmission system, and control the vibration of transmission system according to fatigue life, the relationship between vibration energy and fatigue life in gear system was established. Aiming at the marine split torque herringbone gear transmission system, the dynamic model and equation of bending torsional axial coupling vibration of split torque transmission system were established by using the centralized parameter method. Considering the factors such as gear static comprehensive transmission error, installation and manufacturing errors and time-varying meshing stiffness, the vibration energy of the system and gear fatigue life under different input speeds and input powers were calculated by numerical integration method, the data of vibration energy and gear fatigue life were analyzed, and the variation law of fatigue life of transmission system with vibration energy was obtained. The research results show that with the increase of vibration energy, the fatigue life of gear decreases sharply and exponentially; The vibration energy and fatigue life of the split torque stage are significantly less than those of the parallel stage.

**Key words:** split torque transmission, herringbone gear, dynamic model, vibration energy, fatigue life



## 引言

分扭齿轮传动能够实现功率的多路分流,具有结构紧凑,尺寸小、重量轻等优势,故在舰船动力传输系统中的应用越来越多<sup>[1]</sup>。但是由于分扭齿轮传动系统存在多路振动耦合效应,导致其振动和均载问题比较突出,开展分扭齿轮传动系统的振动能量以及疲劳寿命分析就显得十分必要。

国内外学者在齿轮传动系统的振动和疲劳寿命方面做了大量研究工作<sup>[2-13]</sup>,但对齿轮传动系统的振动能量与疲劳寿命之间的相互关系研究较少。侯亚丁<sup>[14]</sup>通过理论和实例证明疲劳寿命在外部激励不变的情况下与振动能量呈近似线性关系,并结合疲劳寿命预测中的线性累积损伤理论,推导疲劳寿命预测公式,从而结合疲劳寿命中的健康度提出了能量健康度;周航等人<sup>[15]</sup>阐述了中外机械设备的疲劳理论研究现状,介绍了几种疲劳寿命的预测方法,最后在阐述振动能量的基础上分析了基于振动能量的寿命预测方法;Adam Galezia<sup>[16]</sup>提出了利用能量算子检测齿轮早期局部故障的可能性。

目前的研究多聚焦于振动能量的传递及耗散,振动能量及寿命的分析主要针对行星轮系传动,没有分析两者间的耦合关系。本文基于集中参数法,建立了某船用二分支人字齿轮传动系统的动力学模型并推导出动力学方程,考虑齿轮静态综合传动误差、安装制造误差和时变啮合刚度等因素,通过对动力学方程进行数值求解得出传动系统的振动响应,根据振动响应求得齿轮的动应力,给出了齿轮疲劳寿命计算公式;采用响应面法,通过改变工作转速和输入功率,得出了不同工况下齿轮副振动能量和疲劳寿命。

## 1 动力学模型及方程

### 1.1 动力学模型

某船用分扭人字齿轮传动系统如图1所示,系统主要由6个人字齿轮、传动轴及轴承(滚动轴承)组成。功率从输入轴传递给齿轮1,齿轮1同时与齿轮2和齿轮3啮合,实现功率的分扭传递,齿轮2与齿轮3的几何参数完全相同。齿轮2和齿轮3分别通过两根传动轴与齿轮4和齿轮5连接,齿轮4

和齿轮5的几何参数完全相同。齿轮4和齿轮5同时与齿轮6啮合,实现功率的并车传递。齿轮6通过输出轴将功率输出。

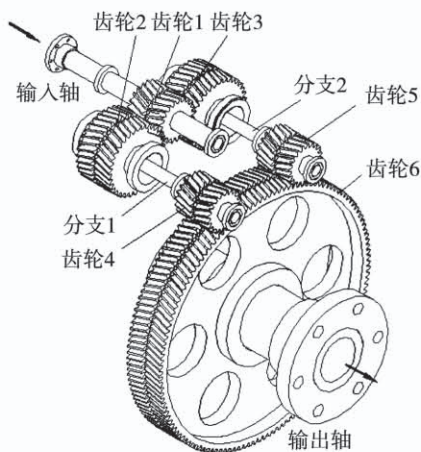


图1 船用分扭人字齿轮传动系统

Fig. 1 Marine split torque herringbone gear transmission system

基于集中参数法,建立人字齿轮功率二分支传动轮系弯扭轴耦合动力学模型。建模过程中将人字齿轮看作由两个旋向相反、其他参数相同的斜齿轮以及中间轴段组成,分别建立齿轮啮合副动力学模型和方程以及特殊轴段(包括分扭输出与并车输入连接轴、人字齿轮中间轴)动力学模型和方程,以此组装成功率二分支传动轮系弯扭轴耦合动力学模型。

为方便建模,在建立动力学模型时对传动轮系作适当简化,并对传动轮系各组成构件做 $y$ 方向垂直向如下假设:(1)人字齿轮功率二分支轮系动力学模型的坐标系为笛卡尔坐标系,其中分扭级输入齿轮的轴线为 $z$ 轴,令输入端指向输出端的方向为 $z$ 轴正方向, $y$ 轴垂直向;(2)仅允许等效节点沿着 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 3个方向平动以及绕其轴线方向扭转,输入盘和输出盘仅能绕其轴线方向扭转;(3)模型中的轴段、轴承、齿轮啮合副等都简化成只有刚度和阻尼的弹簧和阻尼器,质量和转动惯量集中到等效节点;(4)输入盘和输出盘简化成无质量有转动惯量的刚性盘;(5)齿轮啮合时,认为啮合副为连续啮合,不考虑齿侧间隙;(6)因工程实际中很难获得阻尼系数,故用比例阻尼表示系统阻尼;(7)不考虑轮齿之间的相对滑动以及摩擦作用。



基于上述理论与假设,得到分扭人字齿轮传动轮系动力学模型如图 2 所示,将输入轴和输出轴等效为仅有转动惯量的输入盘和输出盘,为了简洁,图中未画出轴承的支承刚度与支撑阻尼。

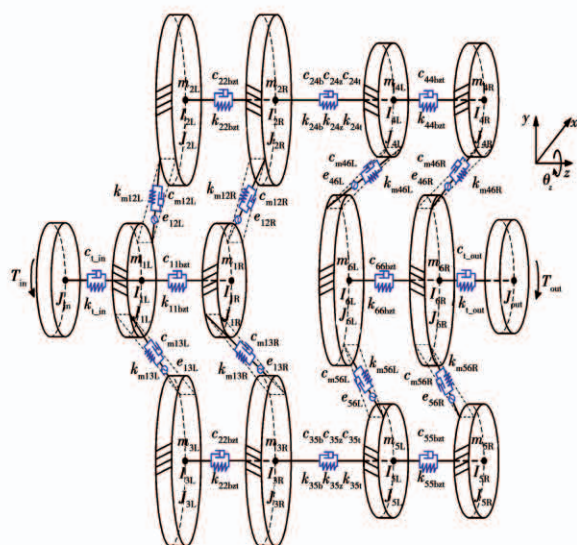


图 2 分扭人字齿轮传动系统动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of split torque herringbone gear transmission system

各参数符号的意义如下:令从 in 指向 out 方向为  $z$  轴正方向,从左至右看(即从 in 看向 out)顺时针为转动正方向; $T_{in}, T_{out}$  分别表示输入扭矩和输出扭矩,则  $T_{in}$  为“+”, $T_{out}$  为“-”;  $m_{sj}, J_{sj}$  ( $s = 1, 2, 3, 4, 5, 6; j = L, R$ ) 表示系统中位于各斜齿轮  $sj$  几何中心处等效节点的质量和极转动惯量,其中  $s$  为各人字齿轮代号; $J_{in}, J_{out}$  为输入输出盘的极转动惯量,不考虑其质量; $k_{m,uj}, c_{m,uj}$  ( $u = 1, 4/5; v = 2/3, 6; j = L, R$ ) 表示斜齿轮副  $uj$  的啮合刚度和啮合阻尼,下角标  $m$  表示啮合,L,R 表示人字齿轮副的左侧、右侧斜齿轮副; $e_{uj}$  表示斜齿轮副  $uj$  的静态综合传动误差; $k_{24i}, k_{35i}, c_{24i}, c_{35i}$  ( $i = b, z, t$  分别表示同轴齿轮 2 和 4 之间、齿轮 3 和 5 之间传动轴的弯曲刚度  $b$ 、拉压刚度  $z$ 、扭转刚度  $t$  和相应阻尼, $k_{in}, c_{in}, k_{out}, c_{out}$  分别表示输入、输出轴的扭转刚度和阻尼(对输入、输出轴不考虑弯曲和拉压刚度及阻尼);  $k_{nbt}, c_{nbt}$  ( $n = 11, 22, 33, 44, 55, 66$ ) 分别表示人字齿轮中间轴段的弯曲刚度、拉压刚度和扭转刚度以及相应阻尼,其中,11 为人字齿轮 1 的左右两侧斜齿轮之间的轴段,22、……、66 的含义参考 11,用  $k_{nbt}$  代替  $k_{nb}, k_{nz}, k_{nt}, c_{nbt}$  代替  $c_{nb}, c_{nz}, c_{nt}$ ;此外,各等效节点的振动位

移包括沿  $x, y, z$  轴方向的平移位移和绕  $z$  轴的转动角位移,分别以  $x_{sj}, y_{sj}, z_{sj}$  ( $s = 1, 2, 3, 4, 5, 6; j = L, R$ ) 和  $\theta_{zsj}$  表示;以  $\beta_{sj}$  表示斜齿轮  $sj$  的螺旋角;以  $r_{sj}$  表示斜齿轮  $sj$  的基圆半径;以  $\delta_{ujv} = (u = 1, 4/5; v = 2/3, 6; j = L, R)$  表示斜齿轮副  $ujv$  的相对啮合位移。

将图 2 的分扭传动系统分为三部分,分别建立其动力学方程,再将这三部分动力学方程进行组装,形成分扭传动系统的总体动力学方程。这三部分分别为:斜齿轮副(1L-2L 啮合副)、人字齿轮中间轴段(2L-2R 之间轴段)和分扭输出与并车输入之间的传动轴段(2R-4L 之间轴段)以及轴承。

### 1.2 动力学方程

主动人字齿轮 1 同时与两个被动人字齿轮 2 和 3 啮合,斜齿轮 2R 与斜齿轮 4L 通过中间轴段连接,斜齿轮 3R 与斜齿轮 5L 通过中间轴段连接,主动人字齿轮 4 和 5 同时与被动人字齿轮 6 啮合,输入扭矩作用于斜齿轮 1L 左端,输出扭矩作用于斜齿轮 6R 右端。对于每个人字齿轮,还要考虑轴承提供的支撑刚度和支撑阻尼。共有 6 个人字齿轮,得到其支撑刚度(支撑阻尼形式同支撑刚度,故只给出刚度矩阵表达式)如下:

$$K_s = \text{Diag}[K_{s,1}, K_{s,2}, K_{s,3}, 0, K_{s,4}, K_{s,5}, K_{s,6}, 0, 0] \tag{1}$$

$$K_{s,i} = \text{Diag}[k_{iLx}, k_{iLy}, k_{iLz}, 0, k_{iRx}, k_{iRy}, k_{iRz}, 0], (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

对于输入、输出端,只考虑其扭转刚度和扭转阻尼,得到其刚度矩阵(阻尼矩阵形式同刚度矩阵)如下:

$$\begin{aligned} K_{in} &= K_{in} + K_{out} \\ K_{in} &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & & & & & \\ & k_{t,in} & & & & & -k_{t,in} \\ & & 0_{44 \times 44} & & & & \\ & & & -k_{t,in} & & & k_{t,in} \\ & & & & & & \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix} \tag{2} \\ K_{out} &= \begin{bmatrix} 0_{47 \times 47} & & & & & & \\ & k_{t,out} & & & & & -k_{t,out} \\ & & & & 0 & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & -k_{t,out} \\ & & & & & & k_{t,out} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

将各矩阵进行拼接,再加上输入、输出端的刚度

和阻尼,最终得到人字齿轮分路传动系统的弯扭轴耦合动力学方程(矩阵形式同矩阵)如下:

多路分流轮系振动方程为:

$$\begin{aligned}
 & [M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \\
 & [M] = \text{Diag}[M_{1L}, M_{1R}, M_{2L}, M_{2R}, M_{3L}, M_{3R}, \\
 & \quad M_{4L}, M_{4R}, M_{5L}, M_{5R}, M_{6L}, M_{6R}, J_{in}, J_{out}] \\
 & [C] = C_m + C_c + C_s + C_{io}; \\
 & [K] = K_m + K_c + K_s + K_{io}; \\
 & \{q\} = [q_{1L}; q_{1R}; q_{2L}; q_{2R}; q_{3L}; q_{3R}; q_{4L}; q_{4R}; q_{5L}; \\
 & \quad q_{5R}; q_{6L}; q_{6R}; \theta_{in}; \theta_{out}]^T; \\
 & \{F\} = [0_{48 \times 1}; T_{in}; -T_{out}]^T.
 \end{aligned} \tag{3}$$

式中:  $[M]$ —质量矩阵;  $[C]$ —阻尼矩阵;  $[K]$ —刚度矩阵;  $\{q\}$ —位移向量;  $\{F\}$ —激励力向量。

采用数值积分法求解分扭齿轮传动系统的动力学方程(3),获得齿轮1和2、齿轮1和3、齿轮4和6以及齿轮5和6啮合时的相对振动位移和振动速度,据此可以进行振动能量的计算。

## 2 振动能量分析

### 2.1 分扭齿轮传动系统基本参数及振动能量计算

功率分扭齿轮传动系统的基本参数如表1所示。

表1 系统基本参数

Tab.1 Basic parameters of system

参数	分扭级	并车级
主、从齿数	30、105	33、138
传动比	3.5	4.182
法面模数/mm	3.0	4.0
节圆压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	30	30
齿宽/mm	80	120
齿面硬度(洛氏硬度 HRC)	HRC 50 ~ 55	HRC 50 ~ 55

功率分扭齿轮传动系统的振动能量由啮合动能和啮合势能两部分组成,其计算公式如下:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M_e] \{\dot{q}\} + \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \tag{4}$$

式中:  $[M_e]$ 、 $[K]$ 、 $\{q\}$ 、 $\{\dot{q}\}$ —等效啮合质量、啮合刚度、位移向量、振动速度。

### 2.2 振动能量计算结果与分析

针对输入功率为4800 kW,输入转速为12000 r/min 的工况,振动能量随时间的变化如图3所示,在一个啮合周期内,各齿轮副振动能量的最大值如表2所示。

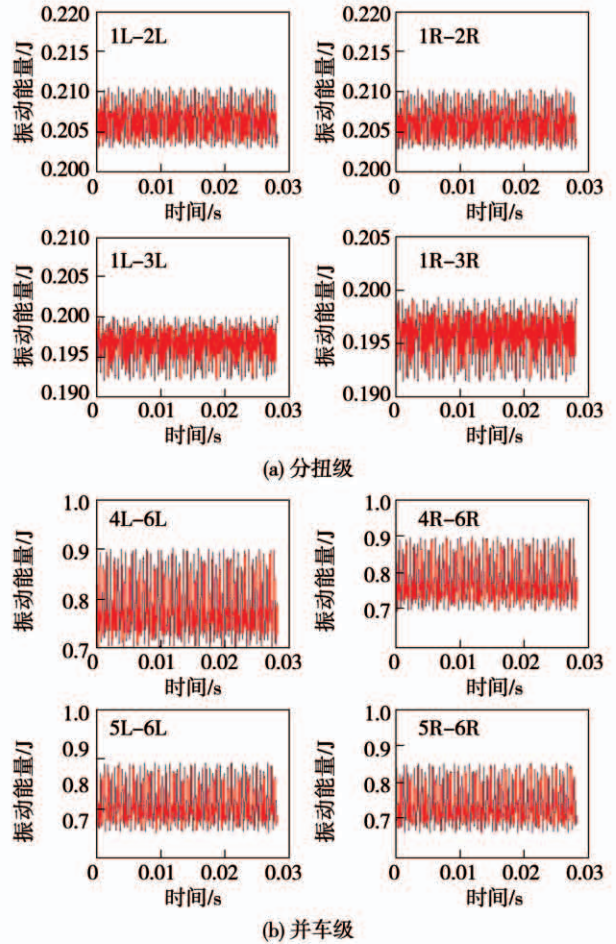


图3 分扭齿轮传动的振动能量随时间的变化  
Fig.3 Variations of vibration energy of split torque gear transmission with time

表2 各齿轮副振动能量最大值

Tab.2 Maximum vibration energy of each gear pair

啮合副	振动能量/J
1L-2L	0.210 5
1R-2R	0.200 1
1L-3L	0.210 3
1R-3R	0.199 3
4L-6L	0.900 5
4R-6R	0.898 5
5L-6L	0.853 1
5R-6R	0.852 1



由图 3 可知,振动能量在一定范围内呈周期性变化,其中分扭级齿轮振动能量为 0.19 ~ 0.210 5 J,并车级齿轮振动能量为 0.65 ~ 0.900 5 J。并车级齿轮振动能量大于分扭级,这是因为并车级齿轮啮合副的振动位移大于分扭级,而且并车级齿轮的质量大于分扭级,因此并车级的势能大于分扭级,故并车级的振动能量大于分扭级。由表 2 可知,分扭级齿轮 1 与齿轮 2 的左侧振动能量最大值为 0.210 5 J,并车级齿轮 4 与齿轮 6 的左侧振动能量最大值为 0.900 5 J。

在轮系运行时,振动能量越大,其动载荷也相应较大,疲劳寿命较短,故取振动能量的最大值作为疲劳寿命计算依据。

### 3 疲劳寿命与振动能量关系分析

#### 3.1 齿轮疲劳寿命计算

船舶齿轮传动的主要失效形式是齿面疲劳点蚀和齿根疲劳断裂,对于分扭齿轮传动,由于齿轮皆为硬齿面,故其疲劳寿命取决于齿根弯曲强度,因此依据齿根弯曲动应力计算传动系统中齿轮的疲劳寿命。

对于齿轮材料 AISI 9310 钢,可拟合出其弯曲疲劳寿命计算式:

$$\sigma_F^{28.76} N_F = 3.419 \times 10^{85} \quad (5)$$

式中: $\sigma_F$ —齿轮弯曲动应力的等效应力幅值,MPa;  
 $N_F$ —齿轮的弯曲疲劳寿命,次。

求解分扭齿轮传动系统的振动公式(3),可以获得各齿轮副的动态啮合载荷,将动态啮合载荷代入齿根弯曲应力计算公式,即可获得齿轮弯曲动应力,如图 4、图 5 所示。

#### 3.2 振动能量与疲劳寿命的关系

采用响应面法建立振动能量与疲劳寿命的关系,根据输入转速和输入功率,确定 96 组工况参数,由式(5)计算获得不同工况下的疲劳寿命,提取每组数据中的输入转速、输入功率、分扭级啮合副振动能量、并车级啮合副振动能量及齿轮传动的疲劳寿命,得到不同工况下分扭并车两级振动能量及齿轮疲劳寿命的响应面。

由图 4 可知,在输入转速与输入功率的共同影

响下,分扭级振动能量与并车级振动能量之间有较强的相关性,两者间呈线性关系。

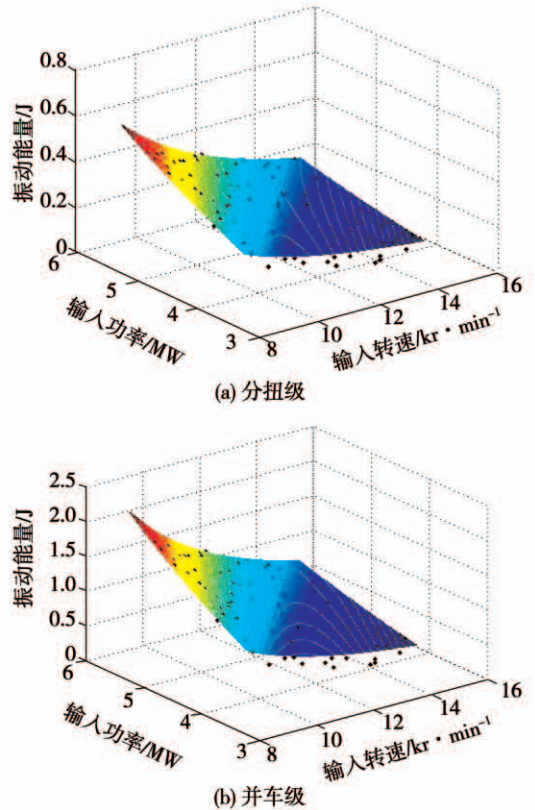


图 4 不同工况下两级振动能量响应面

Fig. 4 Two-stage vibration energy response surfaces under different working conditions

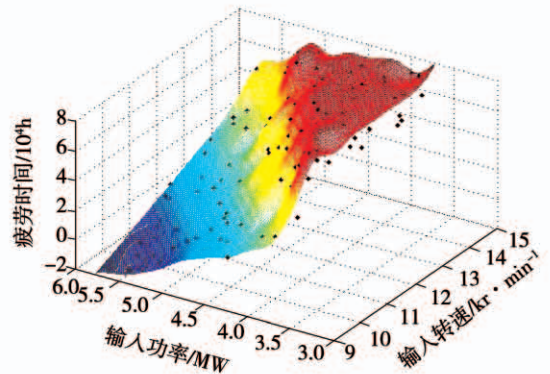


图 5 不同工况下齿轮疲劳寿命响应面

Fig. 5 Gear fatigue life response surface under different working conditions

将图 4 和图 5 中输入转速、输入功率两个参数消除,即可得到两级齿轮传动的振动能量与疲劳寿命的响应面,如图 6 所示。

由图 6 可知,并车级的疲劳寿命明显大于分扭级的疲劳寿命。虽然并车级的振动能量大于分扭级的,但分扭级转速高于并车级的转速,故单位时间内啮合次数较大,以小时为单位的疲劳寿命就较短。

为了便于工程应用中依据振动能力进行寿命预估,依据设计寿命进行振动阈值确定,对图 6 进行降维和细化处理,得到各齿轮副的振动能量与其疲劳寿命的关系曲线,如图 7、图 8 所示。

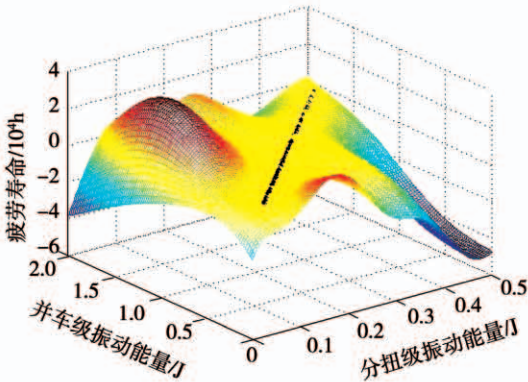


图 6 振动能量与疲劳寿命的响应面

Fig. 6 Response surface of vibration energy and fatigue life

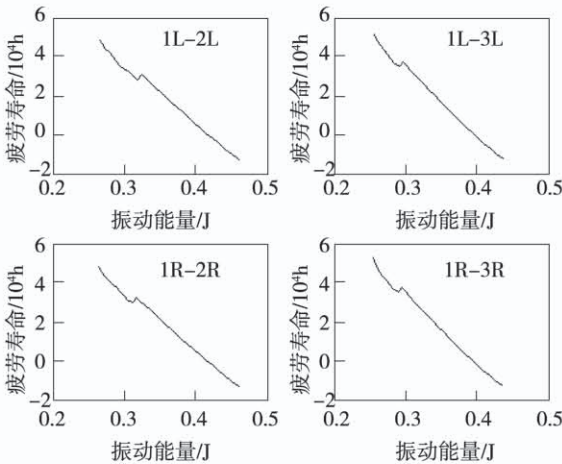


图 7 分扭级振动能量与疲劳寿命的关系

Fig. 7 Relationship between vibration energy and fatigue life of split torque stage

由图 7 和图 8 可知,随着振动能量的增加,传动系统的疲劳寿命呈指数型急剧下降。这是由于振动能量是由势能和动能组成,振动能量大,表明振动位移和振动速度大,故动态啮合力大,齿轮疲劳寿命

下降。

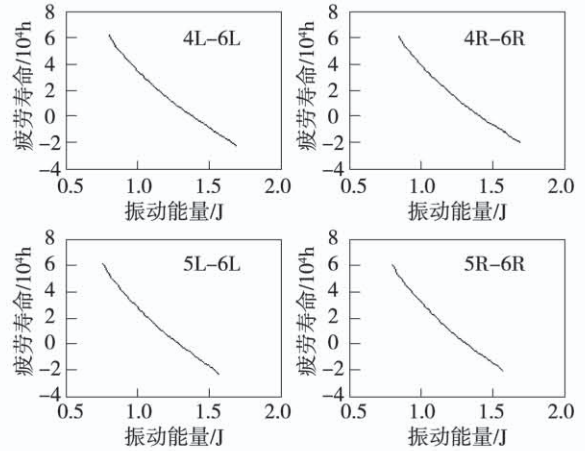


图 8 并车级振动能量与疲劳寿命的关系

Fig. 8 Relationship between vibration energy and fatigue life of parallel stage

### 4 结 论

(1) 振动能量是振动烈度的量化指标,对于某船用分扭齿轮传动系统,其并车级齿轮振动能量大于分扭级齿轮振动能量。

(2) 随着振动能量的增加,分扭级齿轮啮合副的疲劳寿命与并车级齿轮啮合副的疲劳寿命呈指数型急剧下降,因此振动能量与疲劳寿命有较强的相关性,可以作为寿命评估的阈值。

(3) 分扭级齿轮啮合副的振动能量与疲劳寿命都明显小于并车级齿轮啮合副的振动能量与疲劳寿命,故而传动系统的疲劳寿命主要受分扭级齿轮啮合副的制约。

### 参 考 文 献:

[1] 王世安,田 广,游克全,等. 船用齿轮设计技术的发展趋势,热能动力工程[J],2003,18(6):547-551.  
WANG Shi-an, TIAN Guang, YOU Ke-quan, et al. Development trend of marine gear design technology [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2003, 18(6): 547-551.

[2] 吴玉超,刘 凯,马朝锋,等. 行星齿轮传动系统的振动能量分析[J]. 机械科学与技术,2017,36(6):877-882.  
WU Yu-chao, LIU Kai, MA Chao-feng, et al. Vibration energy analysis of planetary gear transmission system [J]. Mechanical Science and Technology, 2017, 36(6): 877-882.



- [3] 吴玉超,马朝锋,刘凯,等.行星齿轮振动能量分布与传递规律的分析[J].机械传动,2016,40(8):126-129,149.  
WU Yu-chao, MA Chao-feng, LIU Kai, et al. Analysis of vibration energy distribution and transmission law of planetary gears[J]. Mechanical Transmission, 2016, 40(8): 126-129, 149.
- [4] 欧卫林,王三民,袁茹.齿轮耦合复杂转子系统弯扭耦合振动分析的轴单元法[J].航空动力学报,2005,20(3):434-439.  
OU Wei-lin, WANG San-min, YUAN Ru. Shaft element method for flexural torsional coupling vibration analysis of gear coupled complex rotor system[J]. Journal of Aeronautical Dynamics, 2005, 20(3): 434-439.
- [5] 杨振,王三民,范叶森.转矩分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J].机械工程学报,2008,44(7):52-57.  
YANG Zhen, WANG San-min, FAN Ye-sen. Nonlinear dynamic characteristics of torque split gear transmission system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57.
- [6] 李楠,王三民,杜佳佳.功率四分支齿轮传动系统的固有特性与动载系数[J].航空动力学报,2013,28(2):445-451.  
LI Nan, WANG San-min, DU Jia-jia. Inherent characteristics and dynamic load coefficient of power four branch gear transmission system[J]. Journal of Aeronautical Power, 2013, 28(2): 445-451.
- [7] ACRI A, NIJMAN E, CONRADO E, et al. Experimental structure-borne energy flow contribution analysis for vibro-acoustic source ranking[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 115(15): 753-768.
- [8] WHITE G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages[J]. Archive Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 1989-1996, 1983, 197(4): 213-224.
- [9] WHITE G. The 3600 hp split-torque helicopter transmission[P]. US4489625-A, 1984-12-25.
- [10] WHITE G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(17): 53-65.
- [11] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [12] KRANTZ T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-106410, 1994.
- [13] 董金城,王三民,林何,等.参数对二分支斜齿轮传动动载和均载特性影响[J].航空动力学报,2015,30(5):1260-1266.  
DONG Jin-cheng, WANG San-min, LIN He, et al. Influence of parameters on dynamic load and load sharing characteristics of two branch helical gear transmission[J]. Journal of Aeronautical Power, 2015, 30(5): 1260-1266.
- [14] 侯亚丁.基于疲劳理论和能量分析的机械设备寿命预测方法研究[D].河南:郑州大学,2013.  
HOU Ya-ding. Research on life prediction method of mechanical equipment based on fatigue theory and energy analysis[D]. Henan: Zhengzhou University, 2013.
- [15] 周航,刘明,赵硕.基于疲劳理论的机械设备寿命预测及设计方案研究[J].今日湖北旬刊,2015(3):85-86.  
ZHOU Hang, LIU Ming, ZHAO Shuo. Research on life prediction and design scheme of mechanical equipment based on fatigue theory[J]. Today's Hubei Xunzhong, 2015(3): 85-86.
- [16] ADAM G, ROBERT G, MARCIN J, et al. Application of energy operators for detection of failures in gearboxes[J]. Mechanics Research Communications, 2017, 82: 3-8.

(王治红 编辑)