文章编号:1001-2060(2011)04-0475-05

螺旋埋管地热换热器的线圈热源模型及其解析解

李 新¹,方 亮¹,赵 强²,方肇洪¹

(1.山东建筑大学教育部可再生能源建筑利用技术重点实验室,山东济南250101;2.山东方亚地源热泵空调技术有限公司,山东济南250001)

摘 要: 在建筑物既有的桩基础中埋设 PE 管作为地源热泵 系统的地热换热器,可降低系统的占地面积和初投资,正成 为地源热泵研究和应用的新热点。以桩基埋管地源热泵系 统的工程应用为背景,对螺旋埋管地热换热器的非稳态传热 模型进行了分析讨论,提出了考虑螺旋埋管在深度方向温度 分布和节距影响的线圈热源模型。采用格林函数法和虚拟 热源法,分别求得无限长和有限长线圈热源模型的非稳态温 度场的解析解表达式。以这些解析解为基础分析了模型中 各参数对螺旋埋管换热器换热性能的影响。

关 键 词: 地源热泵; 桩基埋管换热器; 传热模型; 解析解中图分类号: TK521 文献标识码: A

引 言

地源热泵空调系统以其环保节能的特点在我国 得到了极大的发展 现在已是成熟的技术;但是我们 也应该正视地埋管地源热泵技术所面临的一些问 题。地源热泵空调系统通常需要足够大的室外面积 来设置地埋管换热器,这成为制约地源热泵空调系 统在建筑容积率大的场合推广应用的主要障碍;同 时 较高的钻孔费用也在一定程度上降低了地源热 泵空调系统的经济适用性^[1]。另一方面,我国的建 筑业正蓬勃发展,为提高天然地基的承载能力或加 固软弱地基以满足建筑物上部荷载的要求 桩基的 使用已日益普及^[2]。为了减少桩基地理管换热器 应用时占地面积同时降低系统初投资,可以采用另 一种形式的地热换热器—桩基埋管换热器 桩基埋 管换热器是将地源热泵系统地埋管换热器的 PE 管 埋于建筑物桩基中 使其与建筑结构相结合 代替传 统的地埋管换热器。因此把地埋管与建筑桩基础结 合的桩埋管地热换热器已成为应用地源热泵技术的 一个新热点,国外有些文献称之为"能量桩" 技术^[1~3]。

通过文献[3-7]调研发现,目前关于桩基埋管 的理论研究主要局限在数值模拟分析阶段。由于地 埋管换热器传热问题涉及的空间范围大、几何配置 复杂,同时负荷随时间变化,且时间跨度可长达10 年以上,因此,若用数值分析方法求解实际的桩埋管 换热器工程问题将耗费大量的计算时间,且不适合 于大型的地埋管换热器的传热分析。同时由于问题 涉及参数众多,很难将数值计算的结果简单地表示 成几个变量和参数的显函数形式,为此数值分析方 法亦不适合于实际工程的设计和优化。因此,在桩 基埋管地热换热器的工程应用中迫切需要有合适的 数学模型及其解析解作为理论分析的基础。



在地源热泵空调系统设计中,地埋管换热器传 热模型的建立及换热量的确定是其核心部分。在竖 直钻孔埋管地热换热器的传热分析中,通常采用 Kelvin 线热源模型和"空心"圆柱面热源模型^[8]。 由于桩基的径向尺度比钻孔大得多,而桩基的长度 通常比钻孔长度小得多,所以以上针对钻孔埋管的 传热模型已不再适用。针对桩基螺旋埋管换热器的 特点,山东建筑大学地源热泵课题组提出了实心圆 柱面热源模型。在这个模型中把螺旋盘管简化为一 个连续的圆柱面热源,但与"空心"圆柱面热源模型 不同,在这里圆柱面内部不是空洞,而是有均匀材料

作者简介:李 新(1985-),女,山东聊城人,山东建筑大学硕士研究生,现工作在山东省城建设计院.

收稿日期:2010-07-22; 修订日期:2010-11-16

• 476 •

填充。文献 [9-12]中已经给出了无限长和有限长 的实心圆柱面热源模型的解析解,在无限大介质中 由连续发热的无限长实心圆柱面热源引起的温度响 应可以表示为:

$$\theta_{e\,i} = \frac{q_1}{4\pi k} \int_0^\tau \frac{1}{\tau - \tau} \exp\left[-\frac{r^2 + r_0^2}{4a(\tau - \tau')}\right] \cdot I_0 \times \left[\frac{rr_0}{2a(\tau - \tau')}\right] d\tau'$$
(1)

在半无限大介质中由埋深为 *h*₁ 至 *h*₂ 的有限长 实心圆柱面热源引起的温度响应为

$$\theta_{cf} = \frac{q_1}{8\pi k} \int_0^{\tau} \frac{d\tau'}{(\tau - \tau')} I_0 \left[\frac{rr_0}{2a(\tau - \tau')} \right] \times \\ \exp\left[-\frac{r^2 + r_0^2}{4a(\tau - \tau')} \right] \cdot \left\{ \operatorname{erfc} \left[\frac{z - h_2}{2\sqrt{a(\tau - \tau')}} \right] - \\ \operatorname{erfc} \left[\frac{z - h_1}{2\sqrt{a(\tau - \tau')}} \right] + \operatorname{erfc} \left[\frac{z + h_2}{2\sqrt{a(\tau - \tau')}} \right] - \\ \operatorname{erfc} \left[\frac{z + h_1}{2\sqrt{a(\tau - \tau')}} \right] \right\}$$
(2)

该模型在分析桩基螺旋埋管和钻孔埋管换热器 的传热时都明显优于传统的线热源模型和"空心"圆 柱面模型。但是圆柱面热源模型把螺旋盘管简化为 连续的圆柱面,无法讨论管壁温度与热源面平均温度 之间的温差(或热阻),也不能反映螺旋埋管的节距 对传热的影响。考虑到实心圆柱面热源的不足以及 桩基螺旋埋管换热器工程应用的实际需要,进一步提 出线圈热源模型将螺旋盘管简化为高度方向上间隔 相等的不连续的圆环形线热源,即"线圈"热源。与 线热源模型和圆柱面热源模型一样,为了考虑地埋管 换热器在长度方向为有限尺度的影响,该模型也有无 限长线圈模型与有限长线圈模型之分。

1 线圈热源模型的温度响应

作为理论分析及工程应用的基础,首先讨论无限长线圈热源模型,做如下假定:

(1) 地下土壤近似为均匀的无限大介质,介质 的热物性不随温度的变化而变化;

(2) 介质中有均匀的初始温度 t_0 ;

(3)把螺旋盘管简化为在圆柱面高度方向无数 间隔相等的不连续的圆环,节距为 b,螺旋盘管的加 热假定为从 τ = 0 时刻开始连续均匀发热的圆环形 线热源。

在以下的表达式中,以初始温度 t_0 作为过余温度的零点统一记过余温度 $\theta = t - t_0$,下标r表示线圈热源模型; i和f分别表示无限长和有限长的线圈热源。

1.1 环形线热源的温度响应

首先单独提出一个线圈,即环形线热源来研究。 在无限大均匀介质中的环形线热源位于 *z* = *z*'的平 面上,圆心在 *z* 轴上,半径为 *r*₀,发热强度为 *q*(W)。 根据无限大介质中格林函数的理论,该连续发热的 环形线热源引起的温度响应为:

$$\theta_{\rm ring} = \frac{q}{2\pi\rho c_0^{\tau}} d\tau' \int_0^{2\pi} G d\varphi' = \frac{q}{8\rho c_0^{\tau}} \frac{1}{[\pi a(\tau - \tau')]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{r^2 + r_0^2 + (z - z')^2}{4a(\tau - \tau')}\right] I_0 \left[\frac{rr_0}{2a(\tau - \tau')}\right] d\tau' \quad (3)$$

这是柱坐标中的二维温度响应,与周向坐标φ 无关。 式中:*a*一热扩散率;*r*一径向长度;*c*一比热容;*θ*一过

余温度; ⁻⁻时间; ⁻⁻无限大介质中的格林函数^[13], 在柱坐标系中的表达式为:

$$G(r \varphi z \pi; r' \varphi' z' \pi') = \frac{1}{8 \left[\sqrt{\pi a(\tau - \tau')} \right]^3} \times \exp\left[-\frac{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2}{4a(\tau - \tau')} \right]$$
其中 $I_0(x)$ 是零阶变形贝塞尔函数 且有 $I_0(x) = \frac{1}{\pi} \times \int_0^{\pi} \exp(x\cos\theta) d\theta$ 。

$$\boldsymbol{\diamondsuit} \; \boldsymbol{\varTheta}_{\mathrm{ring}}^* = \frac{\kappa \theta r_0}{q} \; , Fo = \frac{a\tau}{r_0^2} \; , Fo' = \frac{a\tau'}{r_0^2} \; , \; R = \frac{r}{r_0} \; , Z =$$

 $\frac{z}{r_0} Z = \frac{z}{r_0}$,其中 k 是导热系数,对上式进行无量纲 化可得:

$$\Theta_{\text{ring}}^{*} = \frac{1}{8\pi^{3/2}} \int_{0}^{F_{o}} \frac{1}{(Fo - Fo')^{3/2}} I_{0} \left[\frac{R}{2(Fo - Fo')} \right] \times \exp \left[-\frac{R^{2} + 1}{4(Fo - Fo')} \right] \cdot \exp \left[-\frac{(Z - Z')^{2}}{4(Fo - Fo')} \right] dFo' (4)$$
1.2 无限长线圈模型

为了与圆柱面热源模型进行对比,保留单位长 度热源的发热率 q_1 (W/m)的概念,则每个线圈的发 热强度为 q_1b 。记各线圈在纵向的坐标为 $z' = \pm$ (n+0.5)b n = 0,1,2,3,……。这样,介质中任一 点的温升可以写成是所有环形线热源在该点引起温 升的叠加,即:

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

量纲化得:

$$\begin{aligned} \Theta_{r,i}(R \ Z \ Fo) &= \frac{B}{8\pi^{3/2}} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{0}^{Fo} \frac{1}{(Fo - Fo')^{3/2}} \times \\ I_{0} \left[\frac{R}{2(Fo - Fo')} \right] \exp \left[-\frac{R^{2} + 1}{4(Fo - Fo')} \right] \times \\ \left\{ \exp \left[-\frac{(Z - nB - 0.5B)^{2}}{4(Fo - Fo')} \right] + \\ \exp \left[-\frac{(Z + nB + 0.5B)^{2}}{4(Fo - Fo')} \right] \right\} dFo' \end{aligned}$$
(6)

由无限长线圈模型得到的温升随深度方向的分 布标绘在图 2 中。很明显,这个温度分布虽然也是 二维的,但是在z方向显示出周期性的重复。



图 2 不同半径处无量纲温度 Θ_r;沿 深度方向的变化曲线(B=1)

1.3 有限长线圈模型

在有限长线圈热源模型中,进一步考虑螺旋盘 管是埋设在半无限大介质中的有限长热源,埋设深 度从 $h_1 \cong h_2$ 。则螺旋埋管可近似为 m = int $[(h_2 - h_1)/b]$ 个独立的环形线热源。同样采用虚拟 热源法,把半无限大介质扩展为无限大介质,并在与 边界对称的位置设置热汇,以保持等温边界条件,则 得到该问题的温度响应为:

$$\begin{split} \theta_{rf} &= \frac{q_1 b}{2\pi\rho c_0}^{\tau} \mathrm{d}\tau' \big[\sum_{n=1}^{m} \int_0^{2\pi} G(z' = h_1 + nb - 0.5b) \mathrm{d}\varphi' - \\ \sum_{n=1}^{m} \int_0^{2\pi} G(z' = -h_1 - nb + 0.5b) \mathrm{d}\varphi' \big] \\ &= \frac{q_1 b}{8\rho c_0} \int_0^{\tau} \frac{1}{[\pi a(\tau - \tau')]^{3/2}} I_0 \Big[\frac{rr_0}{2a(\tau - \tau')} \Big] \times \\ \exp \Big[-\frac{r^2 + r_0^2}{4a(\tau - \tau')} \Big] \cdot \sum_{n=1}^{m} \Big\{ \exp \Big[-\frac{(z - h1 - nb + 0.5b)^2}{4a(\tau - \tau')} \Big] - \\ \exp \Big[-\frac{(z + h1 + nb - 0.5b)^2}{4a(\tau - \tau')} \Big] \Big\} \mathrm{d}\tau' \end{split}$$
(7)
 令无量纲 $H_1 = \frac{h_1}{r_0} H_2 = \frac{h_2}{r_0}$ 对上式进行无量纲化
得到:

$$\Theta_{rf}(R \ Z \ Fo) = \frac{B}{8\pi^{3/2}} \int_{0}^{F_{o}} \frac{1}{(Fo - Fo^{\prime})^{3/2}} \times I_{0}\left[\frac{R}{2(Fo - Fo^{\prime})}\right] \exp\left[-\frac{R^{2} + 1}{4(Fo - Fo^{\prime})}\right] \times \int_{n=1}^{\infty} \left\{ \exp\left[-\frac{(Z - H_{1} - (n - 0.5)B)^{2}}{4(Fo - Fo^{\prime})}\right] - \exp\left[-\frac{(Z + H_{1} + (n - 0.5)B)^{2}}{4(Fo - Fo^{\prime})}\right] \right\} dFo^{\prime}$$
(8)

在热源(R = 1) 处 当桩的埋深从 $H_1 = 2 H_2 = 12$, 且节距 B = 1 时,沿深度方向的温度分布如下图 所示:



图 3 有限长线圈热源模型的无量纲温度 Θ_{rf}在深 度方向的变化(R=1 H₁=2 H₂=12 B=1)

2 不同传热模型的比较

2.1 无限长线圈模型与无限长圆柱面热源模型的 比较



图 4 中标绘了在不同深度的水平面中温度随径

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

向坐标的分布。注意到 Z = 0.5 ,即热源所在的平面 中 温差最大;而且在 $R = 1 \sqrt{Z} = 0.5$ 处(即热源处) 的温度趋于无限大。轴向的无量纲温度在 R = 1 处 差别最大,远离 R 处差别变小。

图 5 中的温度分布曲线表明了节距的影响。可 以看到,在单位长度的热源的发热率 q₁保持不变的 条件下,节距越大则线圈热源模型与圆柱面热源模 型的差别越大。当 B→0 的极限情形,线圈热源就 变为连续的圆柱面热源,温度分布就与 z 坐标无关。



图 5 不同节距时无限长线圈模型无 量纲温度沿径向的变化曲线



图 6 无限长线圈与无限长圆柱面 模型温度响应的比较

由图 6 可以看出,在热源的圆柱面上(*R* = 1)且 在相邻两个线圈的中点(*Z* = 0)处,无限长线圈热源 模型比无限长圆柱面热源模型的温度低,但是两者的 增长趋势大致相同。这是因为把无限长圆柱面热源 可以看作是沿高度方向排列的无数圆环形线热源的 集合,是在 *z* 方向上连续的热源,因此在 *z* 方向不存在 温差;而线圈热源模型中热源在 *z* 方向是不连续的, 特别是在热源的圆柱面(*R* = 1)附近,温度有很大的 起伏。由此也可以看到,对于螺旋埋管换热器,采用 线圈热源模型比圆柱面热源模型更符合实际。

2.2 有限长线圈模型与有限长圆柱面热源模型的 比较

由图 7 可以看出,有限长圆柱面热源模型与有限长线圈模型的温度场 在热源(*R*=1)处有明显的区别;在远离热源处 线圈热源模型在一个节距范围内的轴向温度变化越小,并趋于圆柱面热源模型的温度值。

节距对有限长线圈模型的影响与对无限长线圈 模型的影响相同。



图 7 有限长线圈模型与有限长圆柱面热源模型温 度场的比较(H₁ = 2 H₂ = 10, B = 1 Fo = 1)

2.3 有限长线圈模型与无限长线圈模型的比较

定义桩的无量纲长度 $H = H_2 - H_1$,以下的讨论 中取有限长线圈热源模型的螺旋埋管在深度方向中 点处的点,作为代表。即当桩无量纲长度为 H = 10, $H_1 = 2$ 时,取(R = 1,Z = 7);当桩无量纲长度为 H =20, $H_1 = 2$ 时,取(R = 1,Z = 12),为代表性的点计算 温度响应。无限长线圈模型在 z 方向的温度分布有 周期性,可取(R = 1,Z = 0)处的点作为代表。



无限长线圈模型比有限长线圈模型引起的温度 响应高。时间较短时,两者基本一致;当时间趋于无 穷时,无限长线圈模型的温升不会趋于稳定,而有限 长线圈模型的温度响应可以趋于稳定。随着桩长度 的增加,有限长线圈引起的温升增加。桩长度越长, 越接近于无限长线圈模型引起的温度响应,而且趋 于稳定的时间也较长。

接下来讨论埋深 h_1 的影响 ,无量纲深度 $H_1 = h_1/r_0$ 。讨论的前提是无量纲长度 H = 10。





从图 9 可以看出,在其它条件相同时,埋深 H₁ 越深则温升越大,而且达到稳定所需要的时间也越 长。在桩基埋管的应用情况下,埋深 H₁ 通常比桩的 长度 H 小得多,此时埋深 H1 对桩基螺旋埋管换热 器的温升影响较小。

3 结 论

桩埋螺旋管换热器的传热分析是否合理准确, 决定着桩埋管地源热泵系统的经济性和运行的可靠 性,是推广应用桩埋管地源热泵技术的关键。在以 往提出的实心圆柱面热源模型的基础上,进一步考 虑实际螺旋管热源在轴向的不连续性,提出了无限 长和有限长的线圈热源模型,在保持二维导热假定 的条件下揭示了介质中(特别是节距之间)轴向温 度分布的规律,以及螺旋管节距对传热的影响,使理 论模型更好地反映了螺旋埋管中实际的传热过程。

在无限长线圈热源模型中轴向温度分布呈周期 性的变化。在热源的圆柱面(r=r₀)上,节距间的温 度起伏最大;离该圆柱面越远,轴向的温度变化越 小,并趋于圆柱面热源模型的温度值。如果轴向单 位长度的热源的发热率保持不变,螺旋盘管的节距 越密则轴向的温度起伏越小。当节距 b→0 时,线圈 热源模型就退化为圆柱面热源模型。

研究中提出了考虑桩埋管的长度和埋深两个参数的有限长线圈热源模型。当加热时间趋于无穷大时,无限长线圈热源模型的温度响应将不断升高,而有限长线圈热源模型的温度响应将趋于稳定。趋于稳定的时间长短与螺旋埋管的长度和埋深都有关系。因此,在讨论长时间的传热问题时,必须采用有限长热源模型。

线圈热源模型中忽略了管材的直径。在解决工 程实际问题时,只要引入管材的半径_r,利用所给出 的模型,就可以得到任意时刻管壁上的温升,进而确 定管内流体的温升。关于这些理论模型和解析解在 桩埋螺旋管换热器的传热分析中的工程应用问题, 将在另外的论文中讨论。

参考文献:

- 7乃仁 方肇洪.地埋管地源热泵技术[M].北京:高等教育出 版社 2006.
- [2] 梁传栋,曲桂春.预制桩与灌注桩在建筑工程中的应用[J]. 科 技咨询导报 2007(2):47.
- [3] HAMADA Y ,SAITOH H ,NAKAMURA M ,et al. Field performance of an energy pile system for space heating [J]. Energy and Buildings 2007 39:517 - 524.
- [4] PAHUD D ,MATTHEY B. Comparison of the thermal performance of double U-pipe borehole heat exchangers measured in situ [J]. Energy and Buildings 2001 33: 503 – 507.
- [5] MORINO S ,TSUDA K. Design and construction of concrete-filled steel tube column system in japan [J]. Earthquake Engineering and Engineering Seismology 2002 4(1):51-73.
- [6] 赵 军,王华军.密集型桩埋换热器管群周围土壤换热特性的 数值模拟[J].暖通空调 2006 36(2):11-14.
- [7] 李魁山 涨 旭 高 军 等. 桩基式土壤源热泵换热器换热性 能及土壤温升研究//中国制冷学会 2007 学术年会论文集 [C]. 杭州:中国制冷学会 2007 54-59.
- [8] MAN Y ,YANG H X ,DIAO N R et al. A new model and analytical solutions for borehole and pile ground heat exchangers [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer , 2010 , 53: 2593 – 2601.
- [9] DIAO N R ,CUI P ,LIU J H ,et al. R&D of the ground coupled heat pump technology in China [J]. Frontiers of Energy and Power Engineering in China 2010 A(1):47-54.
- [10] FANG Z H ,DIAO N R ,CUI P ,et al. R&D of the ground coupled heat pump technology in China //SET2009-8th International. Conferenceon Sustainable Energy Technologies [C]. Aachen 2009.
- [11] 石 磊 涨方方 林 芸 ,等. 桩基螺旋埋管换热器温度场分 析[J]. 山东建筑大学学报 2010 25(2):177-183.
- [12] 刘俊红 张文克 方肇洪. 桩埋螺旋管式地热换热器的传热模型[J]. 山东建筑大学学报 2010 25(2):95-100.
- [13] 贾 力,方肇洪.高等传热学[M](第二版).北京:高等教育 出版社 2008.

Science and Engineering , Harbin Institute of Technology , Harbin , China , Post Code: 150001) , FANG Ming-zhu (Jinlin Provincial Yanbian Korean Nation Autonomous Prefecture Science and Technology Intelligence Research Institute , Yanji , China , Post Code: 133001) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 2011 , 26 (4). -471 ~474

In the light of the illumination characteristics and the specific features that the outdoor temperature in winter in the northern frigid regions is excessively low , presented was a scheme for heating by using solar energy-soil source heat pumps and with Harbin City serving as a background , the influence of such factors as the primary energy source utilization rate , change in fuel prices etc. on the operation energy consumption and cost was compared and analyzed under the following five heating modes: solar energy-soil source heat pumps , soil source heat pumps , oil-fired boilers , gas-fired boilers and electrically heated boilers. The authors have come to a conclusion that the solar energy-soil source heat pumps have a lowest energy consumption and cost and the highest energy source utilization rate among the above-mentioned five heating modes. **Key words**: solar energy-soil source heat pump , primary energy source utilization rate , cost-effectiveness analysis

螺旋埋管地热换热器的线圈热源模型及其解析解 = Coil Heat Source Model for Embedded Spiral Tubebased Geothermal Heat Exchangers and Its Analytical Solutions [刊 汉] LI Xin, FANG Liang, FANG Zhaohong (Education Ministry Key Laboratory on Renewable Energy Source Architectural Utilization Technologies, Shandong Architectural University, Jinan, China, Post Code: 250101), ZHAO Qiang(Shandong Fangya Geothermal Source Heat Pump and Air Conditioning Technology Co. Ltd., Jinan, China, Post Code: 250101) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. – 2011, 26(4). –475~479

With applications of a pile foundation embedded tube-based geothermal source heat pump system in engineering projects serving as a background, an analysis and argumentation was conducted of an unsteady-state heat transfer model for spiral embedded tube-based geothermal heat exchangers. On this basis, a coil heat source model was presented with the temperature distribution in the embedded coil tubes along the depth direction and the influence of the pitch being considered. By using the Green's function method and the dummy heat source method, the expressions of the analytic solutions to the infinite and finite long coil heat source models for an unsteady state temperature field were obtained respectively. Based on these analytic solutions, the influence of various parameters in the model on the heat exchange performance of the embedded coil tube-based heat exchange was analyzed. **Key words**: geo-thermal source heat pump, pile foundation embedded tube-based heat exchanger, heat transfer model

用于生物反应器的旋转热管传热性能的研究 = Investigation of the Heat Transfer Performance of Rotating