

# 弹性环刚度强度的分析方法与力学特性研究

龙向阳, 洪 杰, 张大义, 林海英

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院 北京 100191)

**摘 要:** 弹性环的刚度参数是转子系统动力特性分析和临界转速设计的一个重要常数, 利用有限元分析方法研究了弹性环结构刚度, 通过实验测试, 验证了应用有限元法计算弹性环支承刚度的可行性和精确性; 并从结构设计出发, 对其强度特性进行了研究。结果表明, 刚度设计应主要考虑参数为凸台数目、壁厚和宽度; 强度设计中应主要考虑参数为凸台数目、壁厚和过渡圆角, 以此为弹性环的动力学设计提供依据。

**关 键 词:** 转子系统; 弹性环; 刚度; 强度; 有限元

中图分类号: TK263.6 文献标识码: A

## 引 言

现代航空发动机的工作转速一般在 10 000 r/min 以上, 一些小型发动机的工作转速则高达 40 000~50 000 r/min。对于这样的高转速发动机, 其转子—支承系统的振动和稳定性问题是结构完整性和可靠性的关键。航空发动机中高速转子大都采用“柔轴”设计, 使发动机工作转速高于转子系统的临界转速<sup>[1]</sup>。而在发动机的设计中, 通过改变转子结构(轴的直径、支点距离等)调整临界转速往往是十分困难的, 特别是在发动机总体结构设计已确定的情况下, 此时最有效和可行的方法就是采用弹性支承。由于弹性环式支承结构具有结构简单、重量轻和占用空间小等优点, 因此在俄罗斯与我国发动机中大多采用此种设计。弹性环上有周向均匀交错的内外凸台, 内凸台承受轴承的压力, 而外凸台将此压力传给机匣<sup>[2]</sup>。

在转子系统的动力学分析和设计中, 弹性环的刚度参数是一个非常重要的设计常数, 其数值大小将直接影响到转子系统的临界转速、振型、不平衡响应以及传递特性等, 对于发动机的设计而言, 获得准确的支承刚度值以及弹性环的强度特性更是必需的。本研究基于上述分析需求, 对弹性环刚度强度的分析方法与力学特性进行研究, 得到弹性环结构

刚度和强度的关键结构设计参数以及影响规律, 为弹性环的动力学设计提供依据。

## 1 弹性环的径向刚度特性研究

用实验的方法可以精确地测得弹性环的径向刚度值, 但是要受到仪器等诸多因素的限制, 而且费时费力, 还不经济。因此, 对其刚度的理论计算方法研究是很有必要的, 求解弹性环的刚度有近似的解析方法和精确的数值法等<sup>[3~4]</sup>。

### 1.1 弹性环刚度的近似解析法

对于不同凸台数的弹性环, 由于其结构上的特点, 根据材料力学的简化模型不同, 因此其刚度的计算方法也不同。对于具有较多凸台数的弹性环(凸台数多, 跨度小, 环的厚度  $h$  要远小于半径  $r$ , 满足  $h/r \leq 0.011$ ), 计算可以假定每一环段为两端固支的直梁, 采用材料力学方法导出其刚度计算公式<sup>[1]</sup>:

$$K = \left( \sum_{i=1}^{m/4} \cos^2 \alpha_i \right) / \delta$$

式中:  $K$ —修正系数;  $m$  为弹性环的段数;  $\alpha_i = \alpha/2 + (i-1)\alpha$ ,  $\alpha = 2\pi/m$ ;  $\delta$ —两端等截面梁中央截面处的柔度,  $\delta = l^3/192EI$ ;  $E$ —环段材料弹性模量;  $I$ —环段截面惯性矩;  $l$ —环段长。

对于凸台较少(如直径较小的单侧三个凸台的弹性环)且凸台间跨距较大的弹性环, 其力学模型应当简化等效为固支在外凸台上的整体环元件, 通过建立轴的平衡方程及轴与环的共同平衡方程求解<sup>[1]</sup>, 则:

$$K = 6.7724 \frac{EI}{(\epsilon r)^3}$$

式中:  $\epsilon$ —修正系数,  $\epsilon = (120^\circ - \alpha)/120^\circ$ ;  $r$ —弹性环平均半径。

值得指出的是, 上述两公式只能对弹性环径向刚度的量级进行预估, 可以在设计中起一定的指导作用, 但不能精确地确定弹性环系统的刚度数值; 另

收稿日期: 2009-12-24 修订日期: 2010-01-11

作者简介: 龙向阳(1981—), 男, 贵州天柱人, 北京航空航天大学硕士研究生, 现工作在国家国防科技工业局助理研究员。

外,此近似解析法不能对弹性环的应力分布等强度特性进行分析研究。

### 1.2 基于有限元弹性环刚度的精确计算方法

在弹性环刚度的近似解析法中,由于考虑的结构参数有限,对凸台高度、凸台宽度、过渡圆角等因素的影响都无法考虑,因此只能对弹性环的刚度进行估算。而实际设计使用中,上述各结构参数的影响都是不能忽略的,因此必须对其刚度的精确计算方法进行研究。由于有限元法不仅精度高而且适合各种复杂的边界条件,并且有大型商用程序,给求解带来了方便,因此本研究基于有限元法对弹性环刚度的设计方法进行研究。

#### 1.2.1 算例

某弹性环的基本设计参数为:内、外凸台数  $m=8$  弹性环宽度  $b=15\text{ mm}$ ;内径  $D_1=65\text{ mm}$ ;外径  $D_2=68\text{ mm}$ ;壁厚  $h=1\text{ mm}$ ;倒圆  $R=10\text{ mm}$ ;凸台宽度  $b_1=5\text{ mm}$ ;基本设计参数代表尺寸如图 1 所示。其使用材料为 1C41N2W2Mo9,弹性模量  $1.96 \times 10^5\text{ MPa}$ ;泊松比为 0.3。

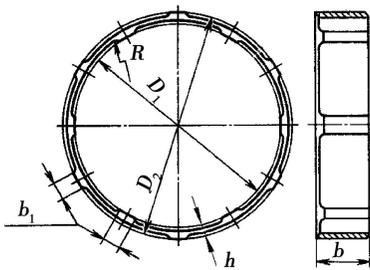


图 1 弹性环结构图

#### 1.2.2 有限元模型及边界条件

由于弹性环内侧凸台与轴承外环相接触,受力分布比较复杂,因此弹性环刚度的有限元计算模型按接触问题处理。在弹性环有限元模型的内侧建立一个与其相邻的刚性环,并在刚性环外侧与弹性环内侧建立接触单元,图 2 中给出了弹性环与刚环的一个扇区的有限元模型,计算中需要建立整个弹性环和刚性环的模型。对算例中的弹性环及建立的刚环在 ANSYS 0 平台下采用 solid5 单元建立有限元模型,弹性环共划分 3 780 个单元,22 950 个节点;刚性环共划分 2 268 个单元,13 770 个节点。在弹性环内凸台与刚环相接触处,应用 ANSYS 中提供的三维面接触单元 CONTA174 和 TRAGE170 共建立了 8 个接触对,划分了 336 个 CONTA174 单元对应于 868 个节点和 336 个 TRAGE170 单元对应于 868 个节点。

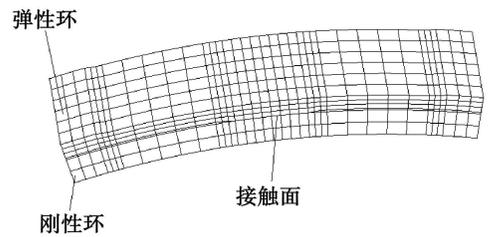


图 2 弹性环一个扇区的有限元模型

根据弹性环结构特点和工作条件,在计算径向支撑刚度时,在刚环的一排 8 个节点上均施加 100 N 的径向力,并对此节点施加周向和轴向位移约束。在径向力的作用下,弹性环的一侧将会与机匣出现间隙,因此,只在弹性环的一侧外凸台上施加径向约束,如图 3 所示。

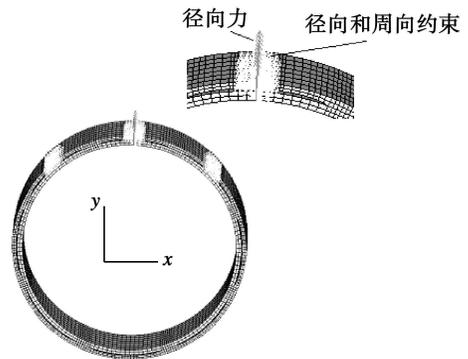


图 3 弹性环刚度有限元的边界条件

在此边界条件下,对刚性环在径向力下的位移进行求解;再根据线刚度的计算公式:

$$K_r = F_r / \delta$$

式中:  $K_r$ —径向刚度;  $F_r$ —径向加载力;  $\delta$ —径向位移,即可以求得弹性环的径向支承刚度。

#### 1.2.3 计算结果及实验对比分析

由有限元法求得刚环在径向力方向的位移为  $0.08513\text{ mm}$ ;于是弹性环刚度:  $K_r = F_r / \delta = 800\text{ N} / 0.08513\text{ mm} = 9.40 \times 10^3\text{ N/mm}$ 。

为验证计算结果的准确性,对此算例试件进行实验研究,以求得其径向支承刚度,实验在 WDW3100 微机控制电子试验机上进行,实验中在弹性环内的刚性轴上施加径向载荷,加载范围 100 ~ 500 N(试验机加载精度为 0.5%),得到几次加载的力—变形曲线,如图 4 所示。

根据图 4 曲线,求出拟和直线的斜率即为此弹性环的径向支承刚度  $8.5 \times 10^3\text{ N/mm}$  并将近似解析法、有限元法以及实验法求得的刚度结果进行对

比, 如表 1 所示。

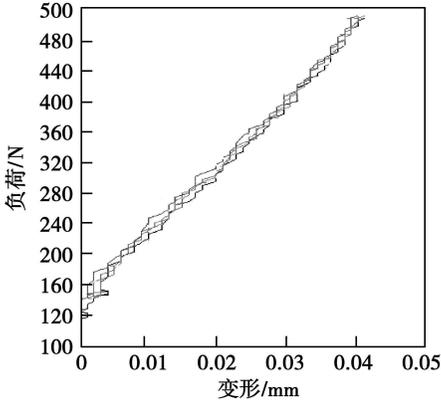


图 4 某弹性环刚度实验的力—变形曲线

表 1 弹性环刚度计算结果

实验值 /N·mm <sup>-1</sup>	有限元法计算结果		近似解析法计算结果	
	计算值 /N·mm <sup>-1</sup>	误差 /%	计算值 /N·mm <sup>-1</sup>	误差 /%
8.5 × 10 <sup>3</sup>	9.4 × 10 <sup>3</sup>	10.6	4.34 × 10 <sup>3</sup>	48.9

由表 1 可知, 传统的近似解析法误差很大, 一般只能给出刚度的量级, 而采用有限元方法, 由于能够充分地考虑凸台宽度、高度、过渡圆角等参数的影响, 因此可以给出较精确的刚度计算结果, 误差仅 10.6%。值得指出的是, 采用有限元法计算的刚度值一般会比实验值略偏高, 而近似解析法求出的结果有的偏高、有的偏低, 误差一般在 50% 以内。

### 1.3 弹性环的刚度特性及设计方法研究

#### 1.3.1 凸台数 $m$ 对弹性环刚度的影响

对某型弹性环, 保持其它设计参数不变, 仅增加凸台个数, 由计算结果可知, 弹性环的支承刚度将随着凸台个数的增加而增大, 如图 5 所示。

严格来说, 弹性环式支承的径向刚度沿周向并不是均匀的, 根据有限元方法计算的结果, 图 6 中给出了某结构参数下不同的单侧凸台数  $m$  时, 弹性环的径向刚度沿周向的变化情况。图中, 横坐标为周向弧度, 纵坐标为相对刚度值  $h'$ 。定义相对刚度  $h'$  为圆周上某点的刚度值与弹性环上所有点最小刚度值的比值。

由图 6 可知, 在凸台数较多时, 弹性环的刚度周向不均情况并不明显, 因此大多情况下可以忽略, 但在凸台数较少时, 弹性环沿周向各处的径向刚度相差很大, 此时容易使支承系统出现问题, 所以一般在设计中很少使用。

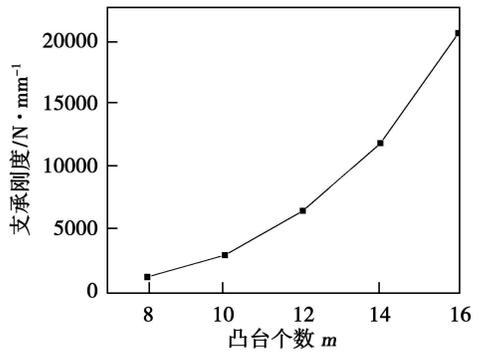


图 5 弹性环刚度随凸台个数  $m$  的变化

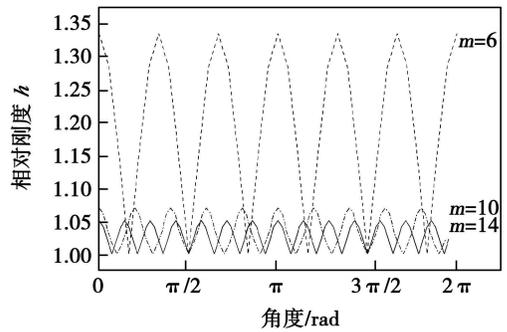


图 6 弹性环径向刚度沿周向变化曲线

#### 1.3.2 弹性环宽度 $b$ 对弹性环刚度的影响

随着弹性环宽度  $b$  的增大, 弹性环的刚度将随之增大, 并且近似于线性变化, 如图 7 所示。即对于宽度为  $b$  的弹性环, 若  $b = m + n$  则在其它设计参数相同时, 在一定的工作范围内, 将宽度为  $m$  和宽度为  $n$  的两个弹性环并列使用, 其刚度将等效于单独使用宽度为  $b$  的弹性环刚度。

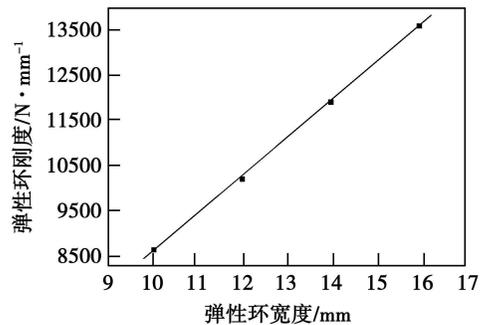


图 7 弹性环刚度随宽度  $b$  的变化

#### 1.3.3 内径 $D_1$ 、外径 $D_2$ 对弹性环刚度的影响

在弹性环壁厚  $h$  保持不变时, 随着弹性环内外径变大, 每两个凸台间的距离也将增大, 弹性环的刚度则下降, 如图 8 所示。但在实际设计中, 由于轴承等相关因素的限制, 弹性环内外径是不能随意变化

的,因此在弹性环刚度的设计中,一般不会通过改变内外径来达到刚度要求。

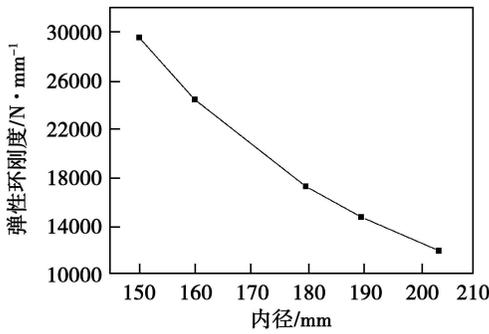


图 8 内径对刚度的影响

### 1.3.4 壁厚 h对弹性环刚度的影响

在其它参数保持不变时,随着弹性环壁厚的增大,弹性环的刚度会显著增大,如图 9所示。

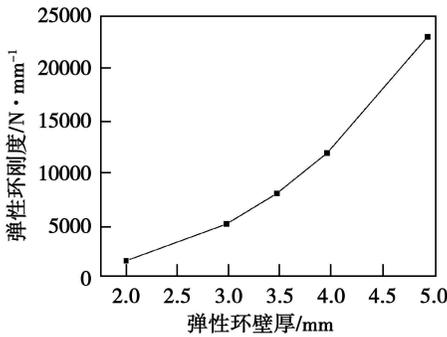


图 9 壁厚 h对刚度的影响

### 1.3.5 倒圆 R对弹性环刚度的影响

弹性环倒圆 R的增大,相当于局部增大了弹性环的壁厚,会使弹性环的刚度略有增大,但影响很小,图 10给出了某凸台数为 6的弹性环在其它参数不变时,凸台过渡圆角半径 R由 4 mm增大到 20 mm时对刚度的影响。在 R由 16 mm增大到 20 mm时,径向支承刚度仅增加 2.8%,因此倒角 R不能作为弹性环刚度设计的主要参数。

### 1.3.6 凸台宽度 b对弹性环刚度的影响

随着凸台宽度 b的增加,弹性环的支承刚度会略有提高,但其影响要远远小于凸台数 m宽度 b等的作用,因此也不能做为弹性环刚度设计的主要参数。

## 2 弹性环的强度特性研究

在弹性环的设计应用中,不仅需要考虑到弹性环的刚度,还必须要保证弹性环系统满足强度设计要求,因此需要得到弹性环工作状态下的应力分布以

及强度设计的应力考核点。采用有限元法分析计算的模型与边界条件同刚度分析中相似,这里不再赘述,求得等效应力的应力集中点如图 11所示。

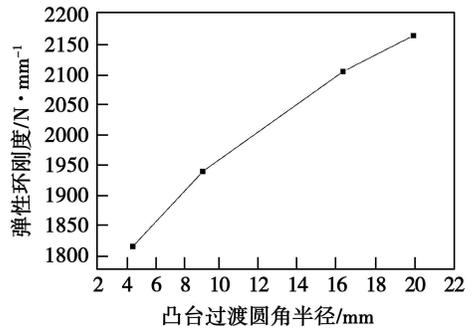


图 10 凸台过渡圆角半径对刚度的影响

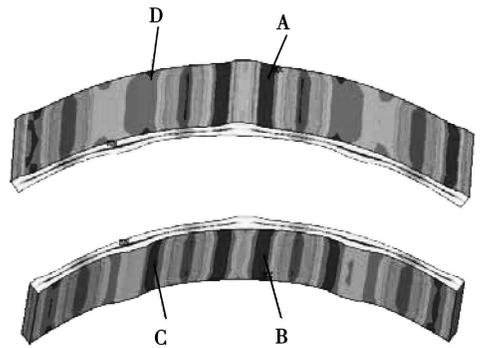


图 11 弹性环的等效应力分布

由图 11可知,等效应力的最大点出现在外凸台过渡圆角处 A点,但由分量应力发现 A点处等效应力主要由周向压应力引起;在外凸台圆角相对应的弹性环内侧 B点,等效应力的幅值略小于 A点,而此处主要由周向的拉应力引起,因此 B处为弹性环的真实应力危险点。

同样,内凸台过渡圆角处 C点的应力幅值要略高于相对应的弹性环外侧 D点,而 C点主要由周向压应力引起, D点由拉应力引起。因此,在设计中,应当将 B和 D处作为强度的应力考核点。

在弹性环的设计中,首先必须满足弹性环的支承刚度要求,即通过改变弹性环的内外凸台数目 m弹性环的壁厚 h和宽度 b等参数来达到要求的支承刚度。在满足刚度要求的基础上,还必须要保证弹性环系统满足强度设计要求。由于倒圆 R对弹性环刚度的影响最小,并且随着 R的增大,可以使弹性环 B和 D两个应力考核点的应力幅值减小,安全系数增大,因此在一定的设计参数条件下可以通过适当增大倒圆 R来使其满足强度要求。

值得注意的是, 过少的凸台数  $m$  和过小的壁厚  $h$  都会导致严重的应力集中, 使弹性环在工作状态下应力幅值极大, 即使调整  $R$  值, 也不能满足强度要求, 此时必须重新设计凸台数  $m$  和壁厚  $h$ 。

### 3 结 论

(1) 应用有限元法来计算弹性环的支承刚度是一种可行方法, 根据实验结果, 其精度要远远高于传统的近似解析法。在计算中, 根据具体弹性环的结构特点来建立有限元模型, 施加合理的边界条件, 采用接触计算对径向载荷下的位移进行求解。

(2) 弹性环的内外凸台数目  $m$ 、弹性环的壁厚  $h$ 、宽度  $b$  和内外径  $D_1$ 、 $D_2$  等结构参数对弹性环的刚度均影响很大。弹性环刚度会随着  $m$ 、 $b$  和  $h$  的增大而增大, 随着  $D_1$ 、 $D_2$  的增大而减小, 弹性环的过渡圆角  $R$  和凸台宽度  $b$  对其刚度的影响很小, 弹性环刚度会随着  $R$  和  $b$  的增大而略有增加。由于  $D_1$ 、 $D_2$  的尺寸受到轴承以及机匣等因素限制, 因此, 在一般设计中, 应当主要通过改变弹性环的内外凸台数目  $m$ 、弹性环的壁厚  $h$ 、宽度  $b$  来达到要求的支承刚度。

(3) 弹性环的应力集中点出现在与过渡圆角相对的另一侧, 主要由周向应力引起。在弹性环结构设计中, 应当使应力考核点在工作中满足强度要求, 由于倒圆  $R$  对弹性环刚度的影响最小, 因此在一定的设计参数条件下可以通过适当增大倒圆  $R$  来使其满足强度要求。过少的凸台数  $m$  和过小的壁厚  $h$  会导致应力集中严重, 使弹性环在工作中应力幅值极大, 此时即使增大  $R$  值, 也不能满足强度要求, 必须重新设计凸台数  $m$  和壁厚  $h$ 。

### 参考文献:

- [1] 付才高, 郑大平. 航空发动机设计手册第 19 册 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2000
- [2] 晏砺堂, 朱梓根, 宋兆泓, 等. 结构系统动力特性分析 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989
- [3] ISIVAN ECSEDI Bounds for the torsional rigidity of elastic ring [J]. Mechanics Research Communications 1999, 26(4): 445-150.
- [4] YIN XIANJUN, WANG XIUE Qualitative study on multiplicity of large deformed elastic half rings [J]. European Journal of Mechanics AP Solids 2003, 22: 463-474

(本文责任编辑 刘 伟)

### 新技术、新工艺

## 陈氏动力系统高性能的蒸汽 燃料混合技术

据《Gas Turbine World》2009年5—6月号报道, Cheng Power Systems(陈氏动力系统)的蒸汽 燃料混合技术具有优良的性能, 在用于联合生产运行的 IM2500 PE 燃气轮机情况下, 在增加输出功率的同时, 也显著减少了  $\text{NO}_x$  和  $\text{CO}_2$  排放。

验证试验的测量表明, 利用蒸汽作为稀释剂可以使  $\text{NO}_x$  排放量减少到较低数量级, 而且,  $\text{NO}_x$  在部分负荷和满负荷运行条件下都将减少。

对于扩散火焰燃烧, 利用 1.8:1 的蒸汽 燃料喷射比, IM2500 的性能特点为:

- **$\text{NO}_x$  量级** 与 DLE(干式低排放)燃烧的 15 mg/kg 和喷入水的 42 mg/kg 比较, 在不使用催化转换器的情况下可使  $\text{NO}_x$  减少到 5 mg/kg
- **热耗率** 从 DLE 运行的 10 185 kJ/(kW·h) 和喷入水的 10 101 kJ/(kW·h) 减小到 9 098 kJ/(kW·h)
- **功率** 与 DLE 运行的 21 719 kW 和喷入水的 23 870 kW 比较, 在 ISO 条件下的基本负荷输出功率增加到 26 125 kW
- **费用** 对于基本负荷使用的机组, 用于燃气轮机改型、控制装置和蒸汽供应费用典型的偿还期约为 1 年。

新的 CLN(陈氏低  $\text{NO}_x$ ) 技术效果的关键是已取得专利的混合和控制系统设计, 该系统把蒸汽和燃料 100% 均质的气态混合物供应到喷射器的喷嘴。

正计划把 CLN 技术扩大应用到在峰值和基本负荷运行的 F 级燃气轮机。其目标是使简单循环 F 级机组的效率超过 50%、进一步减少排放, 并保持它们的快速启动性能以便胜任作为调峰机组的运行。

(吉桂明 摘译)

Harbin, China, Post Code: 150001) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power — 2010, 25(2). — 141 ~ 144

A boundary element calculation method was used in a program for solving a three-dimensional N-S equation. The finite difference method was adopted in the fluid portion of the coupled calculation program to solve the N-S equation, and the boundary element method to solve the heat conduction equation for the solid zone. A newly-developed gas thermal coupled calculation program was employed to conduct a gas thermal coupled analysis of the thermal environment in NASA-Mark II HP air cooled turbine cascades. By utilizing the advantages (features combining a decrease in dimension with analysis and discreteness) specific to the boundary element method, the authors have avoided the grid generation in the solid area and the solution seeking of interior nodes, thus enhancing the calculation precision. The calculation results show that the coupled calculation program can effectively and accurately solve the gas thermal coupled problems in multiple fields. The results of calculation correspond relatively well with those of the test ones, and their average error is assessed at 3%. Key words: gas thermal coupling; boundary element method; finite difference method; gas turbine; air cooling; coupled calculation

弹性环刚度强度的分析方法与力学特性研究 = Study of the Methods for Analyzing the Rigidity and Strength of an Elastic Ring and Its Mechanics Characteristics [刊, 汉] / LONG Xiangyang, HONG Jie, ZHANG Da-yi, LN Haiying (College of Energy Source and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, China, Post Code: 100191) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power — 2010, 25(2). — 145 ~ 149

The rigidity parameter of an elastic ring represents an important constant for analyzing the kinetic characteristics of a rotor system and designing its critical speed. Proceeding from the requirements for various analyses, the authors have studied a finite element method for analyzing the structural rigidity of the elastic ring. Through experimental tests and measurements, the feasibility and accuracy of the finite element method for calculating the supporting rigidity of the elastic ring have been verified. From the requirements for structural design, the authors have also studied the strength characteristics, summarizing the key parameters for structural design of the rigidity and strength of the elastic ring and their influencing laws, thereby providing a basis for the kinetic design of the elastic ring. The main parameters being considered in a rigidity design should include the number of bosses, wall thickness and width, while those in a strength design mainly involve the number of bosses, wall thickness and transition fillets. Key words: elastic ring; rigidity; strength; finite element; rotor system

燃料电池/燃气轮机混合动力系统中催化燃烧室特性分析 = Characteristic Analysis of a Catalytic Combustor in a Fuel Cell/Gas Turbine Hybrid Power System [刊, 汉] / LIU Aiguo, WENG Yi-wu (Education Ministry Key Laboratory on Power and Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, China, Post Code: 200240) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power — 2010, 25(2). — 150 ~ 154

An experimental and theoretical analysis was conducted of a catalytic combustor in a metal carbonated fuel cell/micro gas turbine (MCFC/MGT) hybrid power system. Through an experimental analysis, determined was the influence of the inlet temperature and fuel concentration of the combustor on the fuel conversion rate and in the meantime, the correctness of the mathematical model being used was also verified. When the hybrid power system is operating at off-design conditions, the inlet condition of its catalytic combustor may undergo a change. A mathematical model was used to analyze the influence of various main factors on the operation characteristics of the catalytic combustor. The research results show that the maximal error between the calculated results and the test ones is within a