热力涡轮机械

文章编号:1001-2060(2008)05-0453-06

# 基于统计学习理论的叶片动静频率

# 概率设计及敏感性分析

### 段 巍,王璋奇

(华北电力大学机械工程系,河北保定071003)

摘 要:考虑随机因素的影响,对叶片固有振动特性进行概率分析,并判断其对随机参数的敏感性是叶片动强度可靠性设计的基础。以某试验台用汽轮机等直叶片为研究对象,考虑几何参数(长度、宽度、厚度)、材料参数(弹性模量,密度)和转速的随机性,运用统计学习理论,将确定性有限元、径向基函数(RBF)神经网络和 Monte Carlo模拟法相结合,得到了叶片静(动)频率的统计参数和累积分布函数。采用概率敏感性分析方法,定量地判断出叶片静、动频率对随机输入变量的敏感性,分析结果对工程实际具有一定的指导意义。此外,还将计算结果与响应面方法进行了比较,得出该方法较响应面方法更加快捷,可作为叶片动强度可靠性分析的可选方法。

#### 关 键 词:统计学习理论;叶片;静(动)频;概率设计;概率 敏感性分析;RBF神经网络

中图分类号: TK262 文献标识码: A

# 引 言

在叶片设计过程中,不仅要考虑静强度的要求, 还要考虑动强度的影响。目前,对复杂的激振力及 动应力尚未找到完善的理论计算方法,因此在设计 叶片时,主要采用调频的方法。由于影响叶片固有 振动特性的参数,如材料参数(主要包括弹性模量、 密度等)、结构几何尺寸(横截面的宽度、厚度以及扭 转角)等均具有一定的随机性,采用确定性的计算方 法无法知道固有振动特性的随机程度到底有多 少<sup>[1~4]</sup>,也无法知道固有频率对随机参数的敏感性。 因此,考虑随机因素的影响,对叶片的固有振动特性 进行概率分析和设计,进而对随机参数进行敏感性 分析成为必要。

当结构响应(如应力、位移、静频、动频等)不能

显性地用随机变量表示时(如通过有限元方法得到 的结构响应),就无法直接使用传统的概率分析方法 (如 FORM 法和 SORM 法)进行计算。若直接采用 Monte-Carlo 模拟法<sup>5~7]</sup>,则所需样本数及循环调用有限元模型的时间均相当大,不能被工程所接受;由 于随机有限元方法不能直接使用确定性有限元通用 程序<sup>[8~11]</sup>,还需自编程序,通用性差,计算量大,亦 不适合工程应用。响应面方法采用一个二次多项式 逼近结构响应与随机输入变量之间的函数关系,然 后用它来代替有限元模型,再采用常规概率分析法 进行计算。在文献[12]和文献[13]中,我们将确定 性有限元、响应面方法和Monte Carlo 模拟法相结合, 进行了叶片静强度概率分析、动(静)频概率分析,并 确定了它们对随机参数的敏感性、虽取得了较为满 意的结果,但在采用二次多项式逼近结构响应与随 机变量之间的函数关系时,每一个结构响应都要进 行一次多项式拟合,以确定相应的响应面(比如在进 行叶片前三阶静频概率分析时,进行了三次多项式 拟合),当结构响应较多时,计算量也随之增大,此 外,当随机变量数增多且为非线性时,由于模型所固 有的刚性,很难构建精度很高的拟合面[14-15],因此 具有一定的局限性。

基于统计学习理论的神经网络能够根据给定的 样本,经过不断地学习和训练构造出从多维空间到 另一多维空间的映射关系,其良好的柔韧性和自适 应性使它在理论上可以逼近任何一个连续的非线性 函数<sup>[16~18]</sup>,因此用神经网络来拟合功能函数,成为 结构可靠性分析中的一个重要研究方向<sup>[19~22]</sup>。本 文选用 RBF 神经网络并结合有限元法和 Monte Carlo 模拟方法,得到叶片静频和动频的统计参数及累积

收稿日期:2007-10-29; 修订日期:2008-01-11

基金项目:河北省教育厅科技基金资助项目(Z2001211)

作者简介:段0巍(1976m) 來。黑花江哈尔溶人。华的良力太常副教授;博志研究告use. All rights reserved. http://www.cnki.net

概率分布函数,并对随机输入变量进行概率敏感性分析。此外,还将 RBF—Monte Carlo 法与响应面— Monte Carlo 法所得结果进行了比较,给出了各自的优缺点。

- 1 统计学习理论和 RBF 神经网络
- 1.1 统计学习

统计学习的目的是在有限样本的基础上构建一 函数以实现对数据的分类或拟合。函数的构建是根 据样本数据进行学习的过程,而该函数被称为"学习 机"。统计学习问题如图 1 所示: *G* 为随机矢量  $x \in R^d$ 的产生器,在可靠性分析中对应于根据随机变量  $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的分布产生的样本,*S* 为监督器,可 根据样本 *x* 计算出 *y*,在结构可靠性分析中对应于 有限元的数值计算,*M* 为学习机,应用函数  $h(x, \omega)$ 

生成 y 的估计 y, 当训练误差和验证误差均达到给 定要求时, 认为学习成功, 可以用 M 代替S。



图1 统计学习问题

#### 1.2 RBF 网络结构

RBF 神经网络由三层组成, 其结构如图 2 所示。 在叶片静、动频概率分析中, 网络的输入为影响静、 动频的随机变量  $x_i$  (i=1,2,…n), 其值直接由输入 节点传至隐层, 隐层节点为激励函数  $R_i(x)$ , 该函数 又称为基函数, 输出层节点为简单的线性函数, 其输 出 $y_i$  (i=1,2,p)对应于叶片不同阶的静频或动频,  $w_{ik}$ 为隐层节点到输出层节点的权值。基函数是径 向对称的, 常用的为高斯函数:

$$R_{i}(x) = \exp\left[-\frac{||x-c_{i}||^{2}}{2\sigma_{i}^{2}}\right] \quad i = 1, 2, ..., m$$
(1)

式中: x - n 维输入向量;  $c_i - \hat{\pi} i$  个基函数的中心, 与 x 具有相同维数的向量;  $\sigma_i - \hat{\pi} i$  个感知变量,决 定了该基函数围绕中心点的宽度; m -隐层节点的 个数。

 $y_k = \sum_{i=1}^{m} w_{ik} R_i(x) \qquad k = 1, 2, \dots, p \qquad (2)$ ?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publish

输出层与输入层之间的映射关系为:



图 2 RBF 神经网络

2 有限元—RBF 神经网络—Monte Carlo 模

拟法

确定性有限元一RBF 神经网络一Monte Carlo 模 拟法的基本思想是:假设随机输入变量对于结构响 应变量的影响可以用数学函数来表达,通过确定性 有限元方法在随机输入变量空间与结构响应变量空 间构造有限样本点,利用这些样本点,对 RBF 神经 网络进行训练和学习,当学习成功后,就得到由 RBF 神经网络所表示的响应变量与随机输入变量之间的 映射关系,一旦确定了这个映射关系,就可以用它来 代替有限元模型,然后用 Monte Carlo 模拟法调用 RBF 神经网络,对响应参数进行成千上万次模拟,最 后经过统计处理,得到响应参数的统计特性和累积 分布函数,进而对其进行可靠性分析和设计。

其具体步骤为: (1)对叶片进行参数化建模; (2) 确定随机输入变量的个数及其分布类型; (3)确定随 机输出变量; (4)利用确定性有限元方法构造随机输 入变量与随机输出变量之间的对应关系, 得到相应 的样本点; (5)将样本点分成训练样本和验证样本两 大类, 并分别对 RBF 神经网络进行训练和验证, 当 训练误差和验证误差均达到规定要求时, 认为该网 络训练成功, 得到随机输出变量与输入变量之间的 映射关系; 若误差不能满足要求, 回到步骤(4), 增加 样本点, 继续进行训练; (6)用训练成功的 RBF 代替 有限元模型, 生成 Monte—Carlo 模拟样本, 经统计分 析后, 确定响应参数的统计特性和累积分布函数。

#### 3 概率敏感性分析

概率敏感性分析不仅考虑了随机输入变量梯度 对随机输出变量的影响,同时还考虑了随机输入变 量的离散范围,即测度了一个随机输出变量的多大 变化范围是由随机输入变量离散性带来的<sup>[12]</sup>。在 文献[13].中,我们已对响应面一Monte Carlo 模拟结 果,采用统计显著性检验表示出叶片静、动频对随机 输入变量的敏感性。依据此方法,对 RBF一Monte Carlo 模拟结果进行统计分析,得出随机输入变量对 叶片静、动频的影响程度,并与响应面一Monte Carlo 模拟结果进行比较。

# 4 算 例

#### 4.1 叶片有限元参数化建模

本研究选用文献[4] 中实验台用汽轮机等直叶 片,该叶片几何模型可以简化为悬臂梁,如图 3 所 示。截面形状为矩形, *l* 为叶片的长度, *b* 为宽度, *t* 为厚度, ω 为叶片转速。将 *l*,*b*,*t* 作为几何参数, 弹 性模量 *E*、密度 <sup>ρ</sup> 作为材料参数, ω 作为载荷参数 (计算动频时考虑), 各参数的统计特性如表 1 所示。 运用梁单元, 对叶片进行有限元参数化建模, 共划分 为 20 个单元。

编制分析文件, 当各参数取均值时, 用有限元进 行模态分析得到该叶片的静频为:  $f_1 = 23.683$  Hz,  $f_2 = 148.426$  Hz,  $f_3 = 415.924$  Hz, 叶片的动频为:  $f_{d1} = 47.593$  Hz,  $f_{d2} = 154.060$  Hz, 与采用解析法得到的结 果基本一致<sup>8]</sup>。



图 3 叶片的几何模型

表1 叶片参数

	均值	变异系数	分布类型
长度 ℓ m	0.328	0.02	正态
<b>宽度</b> <i>b</i> /m	0.028	0.02	正态
<b>厚度</b> t/ m	0.003	0.02	正态
弹性模量	0. 217e12	0.05	正态
密度 0/ kg°m <sup>-3</sup>	0.785e4	0.05	正态
转速 ω/ r°min <sup>-1</sup>	3 000	0.01	正态
半径 r/m	0.15	_	_

#### 4.2 RBF 的训练和验证

计算静频时,将随机变量  $l,b,t,E,\varrho$  作为网络的输入,叶片的静频( $f_1,f_2,f_3$ )作为网络的输出;当 计算动频时,由于考虑  $\omega$  的影响,网络的输入增加 法进行对比,只考虑前二阶动频 *f*<sub>d1</sub>和 *f*<sub>d2</sub>作为网络的输出。

训练神经网络的样本,采用中心指数设计抽样 法<sup>112</sup>,通过确定性有限元计算得到。当构造静频与 随机输入变量之间的映射关系时,调用了确定性有 限元 72 次,得到 72 个相应样本,将这些样本分为两 类,其中50个样本用于训练RBF网络,其余22个样 本用以验证已训练好的 RBF, 当训练误差和验证误 差均不大干 0.005 时,认为 RBF 网络训练成功,具体 训练过程可参看文献[23]。图4和图5分别为f1和 f2 训练样本的目标值和输出值, 其中目标值为有限 元计算结果,输出值为神经网络训练后的输出结果。 经 25 次迭代后, 训练误差为 0, 005。图 6 和图 7 为 22个验证样本的 f1 和 f2 的预测值和目标值, 从图 中可以看出网络训练很成功并可以代替有限元模 型。采用相同的方法构造动频与输入随机变量之间 的映射关系,其中训练样本数为50个,验证样本数 为 30 个, 训练误差为 4,  $25 \times 10^{-6}$ .









为6分随机变量,即:人为. t. E. Q. w. 为了与响应面。



图6 fi 验证样本的目标值和输出值



图7 f2 验证样本的目标值和输出值

#### 4.3 Monte Carlo 模拟

用训练成功的 RBF 网络代替有限元模型,生成 10 000 个 Monte - Carlo 模拟样本,然后对计算结果 进行统计分析。

4.3.1 叶片静频、动频的统计参数及直方图

表2为运用本文方法得到的叶片静频、动频的 统计参数,并与响应面方法和解析方法进行了对比。 可以看出, RBF 方法在计算静频均值时,较响应面法 精确,计算动频均值时,误差较响应面方法大,在计 算各参数标准差时,只有 fa2的标准差较响应面方法 大,总体计算结果较为满意。但 RBF 神经网络可以 一次得到各阶静频(或动频)与随机输入变量之间的 映射关系,较响应面方法更加快捷。图 8 和图 9 分 别为一阶静频和一阶动频的直方图。

4.3.2 叶片静、动频累积分布函数。

图 10 和图 11 分别为叶片静、动频累积分布函 数图。为使叶片正常工作,应使叶片激振力频率避 开叶片动频。当给定某一避开范围时,就可根据动 频累积分布函数图,定量地判断出激振力频率避开 动频的概率有多大,例如当激振力的频率为50.4 Hz 时,给定避开范围为动频的 $\pm 1\%$ ,则根据图11 可以 判断出激振力频率不落在叶片动频 $\pm 1\%$ 范围的概 率为:1-(99.75%-96.25%)=96.5%。

表 2 叶片静频、动频的统计特性

		$f_1$	$f_2$	$f_{ m d1}$	$f_{d2}$
均 值 /Hz	RBF	23. 709	148.39	47.66	154.58
	响应面	23.73	148.7	47.63	154.3
	解析	23.68	148.42	47. 593	154.06
标	RBF	1.699	9.8458	1. 699	11. 198
准 差	响应面	1.356	8.499	1. 047	8.183
/Hz	解析	1.623	9.241	1. 458	8.136



图 8 f1 直方图



图9 *f*dl直方图

新994-2018 秘留: 各書起記 Out Mar Heerroh Tublishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



图10 一阶静频率累积分布函数



图11 一阶动频率累积分布函数

### 4.4 静、动频对随机参数的敏感性分析

图 12(a)和图 12(b)分别为叶片一阶静频和一阶动频对随机参数的概率敏感性。其值是根据统计显著性检验,设显著性水平为 2.5%时,计算得到的随机输入变量对输出变量的相对影响程度。当敏感性为正时,表明结构响应随输入参数的增加而增大,敏感性为负时,表明结构响应随输入参数的增加而增大,敏感性为负时,表明结构响应面输入参数的增加而减少。文献[13]中采用响应面一Monte Carlo 方法所得 fi 对随机参数敏感性顺序依次为:叶片的长度、弹性模量、密度和厚度,而本文分析结果为叶片的长度、弹性模量、密度和厚度。由图 12(a)可以看出密度和弹性模量对一阶静频敏感性的绝对值很接近,可以认为它们是仅次于长度的影响因素。对一阶动

频敏感性分析两种方法所得结果完全一致。



图 12  $f_1 \, n f_{dl}$  对随机参数的敏感性

#### 5 结 论

运用统计学习理论,将确定性有限元、RBF 神经 网络和 Monte Carlo 模拟法相结合,得到了叶片静、动 频的统计参数和累积分布函数,并与响应面方法进 行了对比,对比结果表明 RBF 神经网络一Monte Carlo 模拟法整体精度较高,可以一次得到多个输出变 量与随机输入变量之间的映射关系,但所需样本数 较响应面法多;这两种方法均可作为叶片动强度可 靠性分析的可选方法;通过概率敏感性分析定量地 判断出随机输入参数对叶片静、动频的影响程度,对 工程实际具有一定的指导意义;计算结果是针对文 献[4] 中某实验台的叶片模型得到的,在实际应用 中,叶片模型不同,得到的结果可能不同,但该方法 同样可适用于其它叶片分析中。

#### 参考文献:

- [1] 晏水平, 黄树红, 韩守木. 利用 Euler 梁模型计算汽轮机叶片静 频和动频的传递矩阵法[J]. 中国电机工程学学报, 2005, 20(6): 68-71.
- [2] 肖俊峰,朱保田.基于模态综合方法的汽轮机叶片组振动特性 研究[J].中国电机工程学学报,1999,19(6):77-80.
- [3] 刘东远, 孟庆集. 汽轮机叶片动应力计算及其优化[J]. 中国电机工程学学报, 1999, 19(2): 15-20.
- [4] 杨建刚,黄葆华,高 巍.基于模态理论的叶片动静频率计算方法[J].振动工程学报,2001,14(4):477-481.
- [5] PRADLWARTER HJ, SCHUELLER G. I. On advanced Monte carlo simulation procedures in stochastic structural dynamics[J]. Non— linear Mechanics, 1997, 32(4): 735—744.

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

FO RMs in calculating the reliability of a composite structure[ J] . Composite Structures, 2003, 59(1): 155-162.

- [7] MELCHERS RE. Radial Importance sampling for structural reliability
   [J] . Engineering M echanics, ASCE 1990, 116 (1): 189-203.
- [8] 安利强,王璋奇,彭震中.根部约束为随机变量时汽轮机叶片静动频率概率分析[J].中国电机工程学报,2005.25(19);86-90.
- [9] 王璋奇,段 巍,徐 飞.基于随机有限元的汽轮机叶片强度计 算[J].中国电机工程学报,2006,26(23):88-94.
- [10] HALDAR ACHINTYA, MAHADEVAN SANKARAN. Reliability assessment using stochastic finite element analysis[M]. New York: John Wiley&Sons, 2000.
- [11] GHANEM RG, SPANOS PD. Spectral stochastic finite—element formulation for reliability analysis[J]. Engineering Mechanics, 1991, 117 (10):2351-2372.
- [12] 段 巍 王璋奇.基于响应面方法的汽轮机叶片概率强度设计 及敏感性分析[J].中国电机工程学报,2007,27(5),99-104.
- [13] 段 巍 王璋奇. 基于响应面方法的汽轮机叶片静动频概率设 计及敏感性分析[J].中国电机工程学报,2007,27(20):12-17.
- [14] KIM SH, NA SW. Response surface method using vector projected points[ J] . Structure Safety, 1997, 19(1): 3–19.
- [15] DER KIUREGHIAN. Structural reliability for seismic safety assessment: a review[J]. Engineering Structures, 1996, 18(6), 412-424.
- [16] CARDALIAGUET P, EUV RAND G. Approximation of a function and

its derivatives with a neural network [ J] . Neural network, 1992, 5 (2), 207-220.

- [17] NQUYEN THIEN T, TRAN CONG T. Approximation of functions and their derivatives: a neural network implementation with applications
   [J] . Applied Mathematical Modelling, 1999, 23(9):687-704.
- [18] MAIDUY NAM, TRAN CONG THAN. Approximation of function and its derivatives using radial basis function networks[J]. Applied Mathematical Modelling. 2003, 23(3): 197-220.
- [19] JIAN DENG, DESHENG GU, XIBING LL et al. Structural reliability analysis for implicit performance functions using artificial neural network[J]. Structural Safety, 2005, 25(1): 25-48.
- [20] JIAN DENG. Structural reliability analysis for implicit performance function using radial basis function network [J]. International Journal of Solid and Structures 2006, 43(11-12): 3255-3291.
- [21] PARADRAKAKIS MANOLIS, D. LAGAROS NIKOS. Reliability based structural optimization using neural networks and Monte Carlo simulation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191: 3491-3507.
- [22] GARRETT JHJ. Where and why artificial neural networks are applied in civil engineering[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 1994 8(2); 129-130.
- [23] 闻 新,周 露,王丹力,等. Mat lab 神经网络应用设计[M].北 京:科学出版社,2000.

(编辑 刘 伟)

#### 新技术、新产品

# 新颖的高压雾化喷嘴

据《Diesel & Gas Turbine Worldwide》2008 年 6 月 号报道, 燃气轮机进气的高压雾化增加了设备的效率和输出功率。Engine Cleaning Technology (ECT — 发动机清洗技术公司)已 经查明,该系统的成功在于系统的三 代 键部件:喷嘴、用于流动控制的控制组件和泵橇的设计。

ECT 向市场推出的雾 化系 统具有已 证实的独特雾 化喷嘴、敏感的控制系统和集成的泵橇,便于维修和长寿命。

ECT 高压喷雾系 统是一种先进的喷雾冷却系 统,它使用专利的具有防滴漏止回阀的雾化喷嘴、可以被结合各种气候条件和装置 DCS(数据控制系统)专利的控制程序以及一 化总成的泵橇。

ECT 雾化喷嘴由 316 级不锈钢机加工制造而成,并包含一个内装的防滴漏止回阀,以便防止在系统加压 和减压过程中喷嘴的滴漏和漏水。雾化喷嘴具有用水润滑的内部的雾化销。水的雾化在喷嘴内部进行,利 用 孔板提供始终如一的水雾流谱。

由雾化喷嘴产生的始终如一的水雾流谱保持比惯用的外部冲击销式喷嘴更好的体积与表面比,改进了 喷雾冷却的效果。

由于不存在任何外部冲击销和内部的喷嘴过滤器,雾化喷嘴止回阀组件要求最少的维护并且减少了磨损。

#### (吉桂明 供稿)

燃煤超细颗粒物形成机理及其控制的研究进展= Latest Advances in Research on the Formation Mechanism of Superfine Particles During Coal Combustion and Its Control[刊,汉]/QU Cheng-nui, ZHAO Chang-sui, DUAN Lun-bo, LI Ying-jie (Education Ministry Key Laboratory on Clean Coal Power Generation and Combustion Technology, Thermal Energy Engineering Research Institute, Southeast University, Nanjing, China, Post Code: 210096)// Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 2008, 23(5). -447~452

A survey of the status quo of the study both at home and abroad on superfine particle formation mechanism during coal combustion and its control technology has been given along with a description of the research results achieved worldwide in such aspects as relevant influencing factors, morphological analysis, elementary analysis and emission control etc. relating to the formation of superfine particles. The formation mechanism in question has been expounded as follows: the inorganic matter of coal during combustion will be first evaporated and then homogeneously nucleated or condensed on the existing fine particles. Furthermore, predicted was the development trend of the research on the formation mechanism of superfine particles, their sampling and analytical methods as well as control technologies with the main focus and orientation of superfine particle research to be pursued at the moment being proposed. **Key words**: combustion, superfine particle, formation mechanism, control

基于统计学习理论的叶片动静频率概率设计及敏感性分析=Probabilistic Design and Sensitivity Analysis of Blade Dynamic and Static Frequencies Based on a Statistical Learning Theory[刊,汉]/ DUAN Wei, WANG Zhang-qi (Department of Mechanical Engineering, North China Electric Power University, Baoding, China, Post Code: 071003)// Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 2008, 23(5). -453~458

With the chance factors being taken into account, a probabilistic analysis of the inherent vibration frequency of blades has been conducted and a proposition, made that the sensitivity of random parameters constitutes a basis for the dynamic strength reliability design of the blades. With the straight blades of a steam turbine in a test rig serving as an object of study, the randomness of geometrical parameters (including length, width, thickness), material parameters (elastic modulus, density) and rotating speed was taken into consideration. On this basis, a statistical learning theory was applied to obtain the statistical parameters and accumulative distribution function of static (dynamic) frequencies of blades by an integration of the deterministic finite element and radial basis function (RBF) with Monte Carlo simulation method. By adopting a probabilistic sensitivity analytic method, the authors have made a quantitative assessment of the sensitivity of blade static and dynamic frequencies to random input variables. The analytic results can provide positive guidelines for general engineering practice. Furthermore, the authors have compared the calculation results with those obtained by a response surface method, and concluded that the analytic method in question offers a quicker approach than the response surface method. It can serve as an alternative method for the dynamic strength reliability analysis of blades. **Key words**: statistical learning theory, blade, static (dynamic) frequency, probabilistic design, probabilistic sensitivity analysis, radial basis function (RBF) neural network

某1000 MW 汽轮发电机组轴承载荷灵敏度计算分析= Calculation and Analysis of the Bearing Load Sensitivity of a 1000 MW Turbo-generator Unit[刊,汉] / TIAN Yong-wei, YANG Jian-gang (National Engineering Research Center of Thermal Power Plant Vibrations, Southeast University, Nanjing, China, Post Code: 210096) //Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 2008, 23(5). -459~461

A large—sized turbo—generator unit represents a multiple supporting structure, in which any change in the elevation of a bearing in the shafting will affect the load distribution over all the bearings. Therefore, to study the sensitivity of bearing loads is of the utmost importance for the stable operation of the unit. By adopting a transfer matrix method, the authors have calculated the shafting elevation curve, bearing loads and sensitivity of a 1 000 MW turbo—generator unit, comparing and analyzing the calculated elevation curve and the actually measured one. The results show that both curves in the middle of the shafting are in comparatively good agreement with each other. At both ends, however, there is a relatively big difference. The load distribution on various bearings of the shafting was calculated respectively from both the calculated elevation curve and the actually measured one. The results determine the same rotor obtained from the calculated elevation values was relatively uniform. In the light of the sensitivity of the load to a change in elevation, analyzed was the law governing the change of bearing load with elevation. The sensitivity of the bearings at both ends of the turbo—generator unit to load is relatively small, but that in the middle of the unit, is relatively big. The ana-