

# 用聚缩阻抗矩阵综合法计算涡轮机叶片(组)振动特性

王 健

胡德明

(国防科技大学)

(海军工程学院)

〔摘要〕 本文用有限元动态子结构的聚缩阻抗矩阵综合法分析了涡轮机单个叶片和围带、拉筋连接叶片组的自由振动问题,给出了具体计算步骤和计算实例。叶片离散采用八节点曲面超参数壳体单元,所得结果表明,对复杂结构的振动分析,聚缩阻抗矩阵综合法易行且精度较高。

关键词 有限元法 矩阵 综合法 叶片 振动

## 1 前 言

叶片(组)是涡轮机最重要的零部件之一,叶片损坏的原因,多数是由于叶片振动所引起的。长期以来,研究人员对叶片振动进行了多方面的研究,叶片振动的理论也从过去的梁理论逐步发展到壳体理论。由于叶片结构的复杂性给直接计算(特别是用微机计算)带来困难,动态子结构法是解决复杂结构振动的有效方法。目前在其它结构振动中普遍采用的是模态综合法,但因扭曲叶片的基本模态难于用矩阵的形式表达出来,因此该法仅在等截面叶片振动中得到应用。本文采用了聚缩阻抗矩阵综合法分析计算涡轮发动机振动的固有特征问题,该法能很好地解决上述问题。

## 2 聚缩阻抗矩阵综合法的基本原理

设将某叶片分成若干子结构,为简单起见仅以二子结构来说明。

该结构的自由振动方程为

$$[Z]\{\delta\} = 0 \quad (1)$$

其中  $[Z]$  为阻抗矩阵

$$[Z] = [K] - \omega^2[M] \quad (2)$$

将该结构按  $a$ 、 $b$  二子结构分开,并按交连点  $i$  与非交连点  $n$  分块后形成

$$\begin{bmatrix} Z_n & Z_{ni} \\ Z_{in} & Z_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_i \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} Z_i & Z_{in} \\ Z_{ni} & Z_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

按矩阵乘法展开(3)式并从中消去 $\{\delta_{na}\}$ , 则

$$[Z_{ia} - Z_{ina}Z_{na}^{-1}Z_{nia}]\{\delta_{ia}\} = \{F_{ia}\} \quad (5)$$

子结构a的聚缩阻抗矩阵为

$$[Z_{coa}] = [Z_{ia} - Z_{ina}Z_{na}^{-1}Z_{nia}] \quad (6)$$

同样对子结构b可得

$$[Z_{cob}]\{\delta_{ib}\} = \{F_{ib}\} \quad (7)$$

$$[Z_{cob}] = [Z_{ib} - Z_{inb}Z_{nb}^{-1}Z_{nib}] \quad (8)$$

式(5)与(7)相加则得

$$[Z_{coa} + Z_{cob}]\{\delta_i\} = \{F_{ia} + F_{ib}\} = 0 \quad (9)$$

由于直接求解子结构的聚缩阻抗矩阵比较复杂, 而且当所设频率为子结构的共振频率时求不出逆阵, 可以通过矩阵的三角分解证明(证明略):

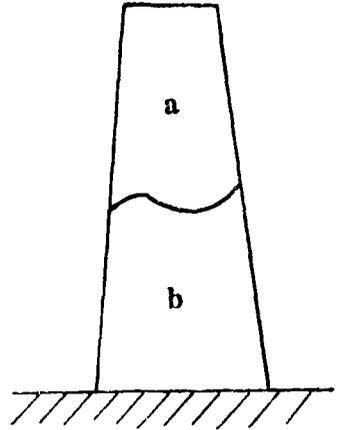


图1

$$\begin{bmatrix} Z_n & Z_{ni} \\ Z_{in} & Z_i \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{高斯消元}} \begin{bmatrix} \square & \square \\ 0 & A \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)中A的位置即为聚缩阻抗矩阵:

$$[A] = [Z_i - Z_{in}Z_n^{-1}Z_{ni}] \quad (11)$$

故可直接用高斯消元法求得结构的聚缩阻抗矩阵, 再用与 Sturm 序列相结合的全高斯消元法求得结构振动的频率, 然后从式(9)中回代出交连点的模态 $\{\delta_i\}$ , 再回代到式(3)和(4)求得 $\{\delta_{na}\}$ 和 $\{\delta_{nb}\}$ , 整个结构的模态为

$$\{\delta\} = \{\delta_{na} \ \delta_i \ \delta_{nb}\} \quad (12)$$

聚缩阻抗矩阵综合法的实质就是把结构上其它点的特性聚缩到交连点上, 以此求得结构的振动特性, 其优点是能大幅度节省计算机的存储量, 降低运算的阶次, 方便人们对复杂结构进行振动分析。

### 3 涡轮机叶片振动的分析

对于扭曲叶片和围带、拉筋连接的叶片组, 当以相同单元形式(如都用梁单元或都用壳体单元)进行离散时直接应用聚缩阻抗矩阵分析方法进行计算, 具体分析如下。

**3.1** 将叶片(组)划分成若干个子结构, 并分别建立起各子结构的整体坐标, 子结构的划分对围带和拉筋连接叶片组来讲一般是把含有一个节距的带围带叶片或拉筋叶片作为一个子结构, 再对各子结构划分单元, 进行整体结点编号, 注意整体节点编号的最大数应落在子结构的交接面上。

**3.2** 分别计算各子结构的刚度、质量矩阵, 并得出各子结构的阻抗矩阵<sup>[2]</sup>, 对阻抗矩阵进行高斯消元得凝集在出口点上的子结构的聚缩阻抗矩阵, 消元的阶数为节点的总自由度数减去交连面上节点自由度的总和。考虑到子结构的几何同性, 对位于中间位置的子结构仅需算一个子结构的聚缩阻抗矩阵, 其它子结构的聚缩阻抗矩阵仅需作一下坐标变换就可得到。

**3.3** 对凝集点重新进行节点编号,按单元组装方法就可得到整个结构的聚缩阻抗矩阵,组装时把子结构作超级单元看待。

**3.4** 用与 Sturm 序列相结合的全高斯消元特征算法计算出叶片振动的频率及相应模态,注意在计算消元后负主元个数时必须计算子结构消元中出现的负主元个数,否则会出现漏根情况,

另外对一维变带宽存储的阻抗矩阵,须重新计算聚缩阻抗矩阵的主元地址,并按新的地址对聚缩阻抗矩阵进行存储。

对于用不同单元形式离散的叶片,则应根据罚函数原理,构造实现连接条件的罚单元,并把罚单元与其它单元一起组装成有限元整体方程,实现两种自由度数不同的单元对接。

### 4 算例及分析

根据以上理论,我们用FORTRAN语言编写了相应的计算程序,叶片离散采用八节点曲面超参数壳体单元,程序采用一维变带宽存储,在IBM-PC机上通过,经算例考核和实验验证,计算结果有较高的精度。

#### 4.1 平板叶片的考核

叶片悬臂固定在 $xoz$ 平面上(见图2), $l_x \times l_y \times l_z = 30 \times 228 \times 4$ ,算法1将叶片划分成8个单元;算法2将叶片划分成两个子结构,每个子结构分别划分8个单元,用聚缩阻抗法计算。两种方法的前五阶自振频率计算结果见表1,表1中还列出了试验值。

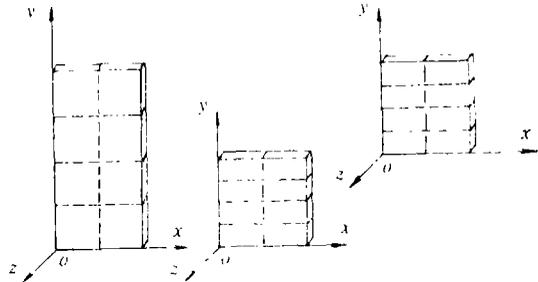


图 2

试验方法为锤击法并利用 CRAS随机信号与振动分析系统,限于篇幅不再列出各模态值(详见文献2),从计算结果可以看出所得结果精度较高。

表 1

频率阶次	1	2	3	4	5
一结构计算值 (Hz)	63.4	397.6	464.8	902.8	1145.3
聚缩阻抗法计算值 (Hz)	63.1	396.0	464.2	903.2	1106.3
试验值 (Hz)	63.1	400.9	468.2	925.0	1125.0
相对误差	0.05% 0%	0.6% 0.92%	0.73% 0.75%	2.5% 2.3%	1.7% 1.8%
振 型	一阶切向 振动	二阶切向 振动	一阶轴向 振动	一阶扭转 振动	三阶切向 振动

#### 4.2 扭曲叶片的计算

扭曲叶片的计算用某涡轮机的末级叶片作母型(见图3),前五阶自振频率见表2。

计算结果的分析如下。

**4.2.1** 叶片自振频率的计算值普遍比测量值高,主要原因是叶片本身有孔,在孔处安装了传感器,传感器仅增加叶片质量,而不提高刚度,在计算时是把叶片作无孔处理的,因此计算

果是合理的。

4.2.2 实际叶片尺寸与图纸有误差,导致测量值的误差,叶片原始参数的计算误差也是产生误差的原因。

4.2.3 在低阶频率时误差相对高些,说明了叶片开孔对低阶频率影响大些,而对高阶敏感性小些。

4.2.4 从计算结果中可以看出聚缩阻抗法计算结果好于单一结构,主要是单元划分多时提高了叶片的柔性。以上的计算结果均满足了工程需要。

4.2.5 根据叶片的模态计算结果分析可得如下结论,按频率依次出现的顺序,各振型分别为:

- a) 一阶切向弯曲振动。
- b) 一阶轴向弯曲振动,出汽边缘伴随着摆动。
- c) 一阶扭转振动。
- d) 二阶切向弯曲振动。
- e) 三阶切向弯曲振动。

表 2

频率阶次	1	2	3	4	5
一结构计算值 (Hz)	237.1	651.3	1008.2	1251.4	2108.1
聚缩阻抗法计算值 (Hz)	235.6	649.6	1003.6	1245.8	2095.5
试验值 (Hz)	225	627.5	975.0	1212.0	2062.5
相对误差	$\frac{5.38\%}{4.71\%}$	$\frac{3.79\%}{3.52\%}$	$\frac{3.41\%}{2.93\%}$	$\frac{3.25\%}{2.79\%}$	$\frac{2.22\%}{1.6\%}$

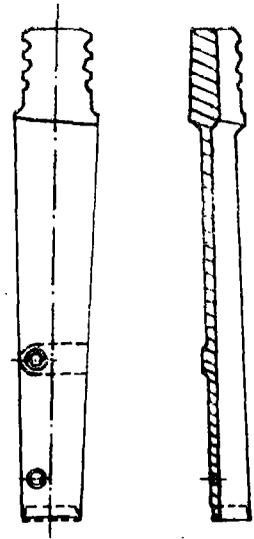


图 3

## 5 结 论

聚缩阻抗矩阵综合法是叶片振动分析的有效方法,不仅有良好的精度,而且易于实现,它能有效地降低复杂结构的运算阶次,便于在微机上实现,本法也同样适用于叶片振动频率与模态的计算(参见文献2,因此本法有较大的实用价值)。

## 参 考 文 献

- 1 王健,胡德明,朱丁亨.用曲面超参数壳体单元研究汽轮机叶片振动特性.海军工程学院学报,1989(1)
- 2 王健.用聚缩阻抗法和壳体有限元法计算汽轮机扭曲叶片的固有特征.海军工程学院硕士学位论文,1989,2
- 3 殷学纲,张龙庭.求解结构自由振动的聚缩阻抗矩阵综合法与高斯消元法.第二届振动会议论文,1984,7

# The Calculation of Turbine Blade Vibration Characteristics by Use of a Coagulative Impedance Matrix Integrated Method

Wang Jian

(National Defense Science & Technology University)

Hu Deming

(Naval Engineering Academy)

## Abstract

An analysis of the free vibration problems of turbine single blade and shroud as well as lacing wire-connected blade groups has been undertaken by employing a coagulative impedance matrix integrated method involving finite element dynamic substructures. Specific computation procedures and calculation examples are given. Eight-node curvilinear superparametric shell unit is utilized for blade discretization. Calculation results have shown that the coagulative impedance matrix integrated method is easy to use and features a relatively high precision when it is applied for the vibration analysis of complicated structures.

**Key words:** *finite element method, matrix, integrated method, blade vibration,*

(接第7页)

# The Research and Development of Kalina Cycle and An Analysis of Its Efficiency enhancement Potentiality

Lu Canren, Yan Jinyue, Ma Yitai

(Tianjin University)

## Abstract

This paper presents a comprehensive analysis and evaluation of Kalina Cycle, including its thermodynamic principles, technical performance, economic feasibility and existing problems. Using "P" criterion suggested by the authors, the paper has analysed and further clarified the essence and direction for improving cycle efficiency.

**Key words:** *Kalina Cycle, thermodynamic analysis, cycle efficiency, P criterion*