

# 球面齿轮传动的强度研究

常山 (哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所)

陈荣增 林国成 (哈尔滨工业大学)

**【摘要】** 本文给出了球面齿轮传动的接触应力和弯曲应力计算公式,并利用有限元法对凸齿柱进行了研究,全面地分析了球面齿轮凸齿柱的弯曲应力分布规律。同时,对齿柱进行了实验应力分析,实验结果与理论分析所得的结果符合得很好。

**关键词** 球面齿轮传动 有限元法 应力分析

**分类号** TH123.41

## 1 前言

虽然球面齿轮传动具有传动灵活这一大优点,但其承载能力却很低且加工复杂,以前实际应用较少。随着科学的不断进步,特别是以机器人为代表的最先进技术的高速发展,使得球面齿轮有了用武之地。我国研制的机器人由于在柔性手腕上采用了球面齿轮传动装置,因此具有结构特别紧凑、传动元件少、灵活度大、可实现全方位弯转,手腕尺寸和重量都比较小,以及易于运动的综合和控制等优点。这种结构最先是挪威的 Trallfa Nils Underhaug 公司研究成功的,被称为 TRLLFA 柔性手腕,在世界上享有较高声誉。国内外对球面齿轮传动的原理和设计进行了很多的探讨,但对其强度的研究却很少。机器人柔性手腕的众多优点归功于采用了球面齿轮,然而从此种柔性手腕整体强度来说,球面齿轮又是该手腕的最薄弱环节。球面齿轮传动的强

度研究是一个很复杂的问题,本文仅用弹性力学理论、有限元法以及实测应力分析的方法来解决这方面的问题。

## 2 球面齿轮传动的原理

如图1所示,球面传动齿轮可有三个自由度。其典型的结构形式是在两个节球上面布置轮齿,但不是布满整个球面,而是在球冠上分布。球面凸齿轮的齿是用齿柱嵌在球冠上而成的,齿柱通过成形车刀加工,而球面凹齿轮的齿是用渐开线指状成形铣刀在节球冠上直接加工而成。球面齿轮传动的传动比即是球面齿轮被动齿轮节球半径与主动齿轮节球半径之比。球面齿轮传动凹齿和凸齿啮合一一对应,始终没有齿和齿之间交换接触的情况。对于传动比为1的球面齿轮传动,由于两球面齿轮的节球半径相同,所以凸齿和凹齿的布置也是完全相同的,且一一对应,如图1所示。布置方式为:中心齿布置在节球球冠

收稿日期 1993-02-16 收修改稿 1993-04-08

本文联系人 常山 男 23 工程师,硕士 150036 哈尔滨市 77-5 信箱

顶点上,中心齿外在两条纬线上再布置两圈齿。为了保证经线齿距尽可能地等于纬线齿距,按照球面三角关系采用“第一条纬线上均布六个齿,第二条纬线上均布十二个齿”的布齿方案。对于传动比不为 1 时,主从动球面齿轮的节球半径不等,轮齿分布相对来说复杂些,但用“1-6-12”的布齿方案仍是较好的选择。

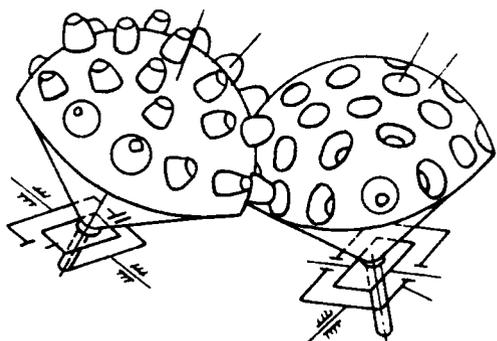


图 1 球面齿轮传动示意图

### 3 球面齿轮强度计算公式

球面齿轮传动失效主要有两种方式,即接触失效和弯曲失效。与圆柱齿轮传动所不同的是,由于球面齿轮本身的结构特点,使得计算球面齿轮弯曲强度时只需针对凸齿齿柱即可。

#### 3.1 球面齿轮传动接触强度计算公式

根据弹性力学接触问题的相关理论推导出球面齿轮的接触应力计算公式为:

$$\sigma_H = K_H \cdot K_E \cdot K_K \cdot K_A \cdot F_{bt}^{1/3} \quad (1)$$

式中:  $F_{bt}$ —— 齿轮所传递的法向力, N

$K_H$ —— 区域系数

$K_E$ —— 弹性系数

$K_K$ —— 啮合系数

$K_A$ —— 工况系数

由此可见,最大接触应力与载荷不成线

性关系,而是与载荷的立方根成正比。

#### 3.2 球面齿轮传动弯曲强度计算公式

球面齿轮传动凸齿柱齿根的弯曲应力计算公式为:

$$\sigma_w = K_A \cdot K_v \cdot K_{Fd} \cdot Y_S \cdot F_{bt} \cdot \cos\alpha_{Fe} \cdot h_F / W \quad (2)$$

式中:  $h_F$ —— 单齿上界点啮合时的啮合力臂, mm

$W$ —— 危险截面的截面系数,  $\text{mm}^3$

$\alpha_{Fe}$ —— 单齿上界点啮合时的压力角

$K_A$ —— 使用系数

$K_v$ —— 动载系数

$K_{Fd}$ —— 齿间载荷分配系数

$Y_S$ —— 齿根部最大应力集中系数

$K_A, K_v, K_{Fd}, Y_S$  最好由试验来确定。

### 4 计算实例

以喷漆机器人柔性手腕上采用的两对球面齿轮参数作为实例来计算球面齿轮传动的接触应力和弯曲应力。

#### 4.1 齿轮参数

表 1

参 数	凸齿轮		凹齿轮	
	0.667	1	0.667	1
传动比	0.667	1	0.667	1
节球半径, mm	36	36	54	36
节圆压力角, °	15	15	15	15
模数, mm	3	3	3	3
齿数	24	24	36	24

#### 4.2 计算结果如图 2 和图 3 所示

### 5 球面齿轮凸齿柱齿根应力的有限元分析

由于凸齿柱结构的复杂性,用简单的弹性力学理论得到的计算公式有几个需要实验才能准确确定的系数。应用有限元能够在很大程度上解决这一问题,并得到满意的结果。

上运行 1 小时,结果稳定。

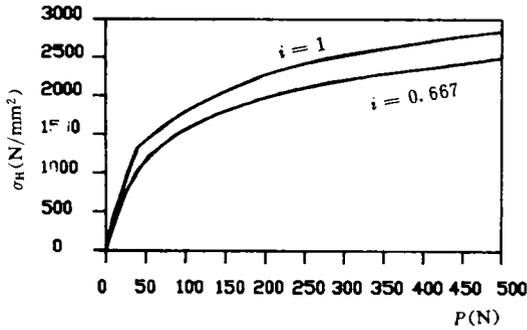


图 2 接触应力曲线

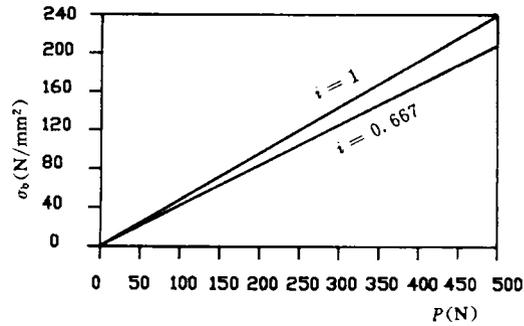


图 3 弯曲应力曲线

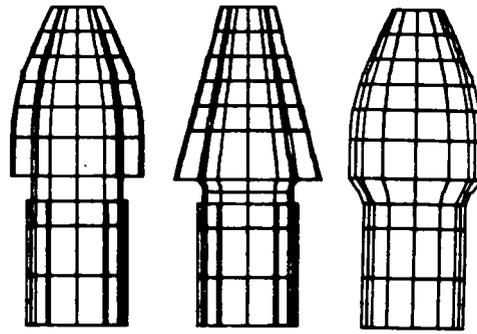


图 4 有限元网格图

### 5.3 计算结果分析

#### 5.3.1 齿轮凸齿柱根部的最大拉应力和压应力

表 2  $N/mm^2$

载荷	齿顶作用力		齿中作用力	
	最大拉应力	最大压应力	最大拉应力	最大压应力
100N				
圆角半径 0.3mm	125	85	104	74
圆角半径 0.5mm	105	75	90	69
空刀槽齿根	196	275	150	245

#### 5.1 力学模型、边界条件及载荷工况的确定

为减少计算量,把凸齿柱和节球冠单独取出并利用对称性只取一半计算。考虑到齿柱与齿冠之间是过盈联接,这样,在相结合面上的节点需加辅助单元来处理。在齿柱不同的位置上作用法向载荷,同时施加由过盈量折算出的面力到相应的单元上去。

#### 5.2 单元的选取与网格划分

我们采用 20 节点和 16 节点等参元,如图 4 所示。由于齿廓上部曲线复杂,加上齿柱根部应力变化剧烈,网格应密些。网格的划分全部由笔者编制的程序自动完成,本例采用 980 个节点,319 个单元在 AST386/S20 微机

#### 5.3.2 齿根应力分布规律

在不同载荷、不同边界条件、不同几何形状条件下,用 SAP5 计算齿柱根部应力。计算结果表明最大应力位置在齿根表面,表根的几何形状对齿根应力影响很大。从图 5~7 可得出如下结论:

1. 不考虑集中力的局部效应时,最大应力在齿根表面,此应力随着圆角半径的增加而减小,且与载荷作用力臂成正比。
2. 过盈对齿柱根部应力影响不明显,但对配合部分影响较大。
3. 齿根圆角半径对齿根截面内部点的应

力影响不明显。

4. 齿廓形状、齿柱与球冠的结合状况对齿根应力的影响显著。

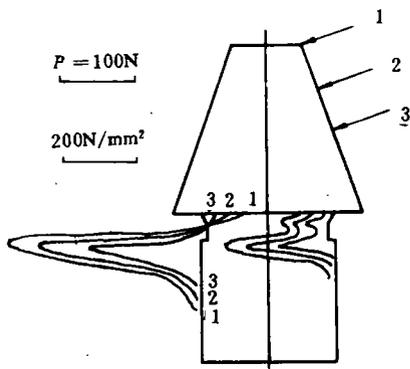


图 5  $R = 0.1$  齿柱应力分布

### 6 齿柱的实验应力分析

#### 6.1 试验装置

试验装置简图如图 8:

#### 6.2 试验方法

齿柱放大五倍, 材料为 45 钢,  $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ , 所采用的电阻应变片为  $0.2 \times$

0.9 mm, 用 502 胶将应变片贴在齿根处。测试

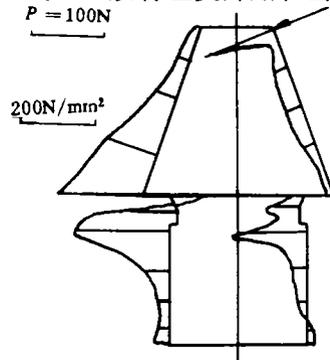


图 6  $R = 0.2$  有过盈时齿柱应力分布

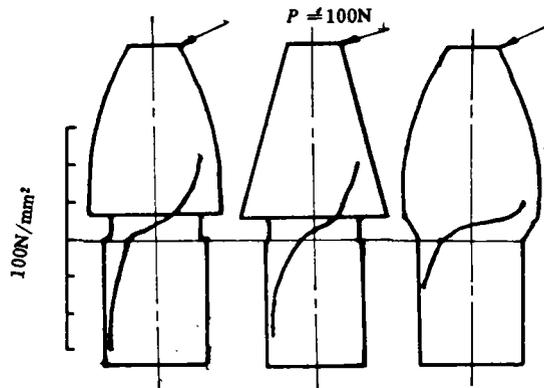


图 7 齿柱齿根截面主应力分布

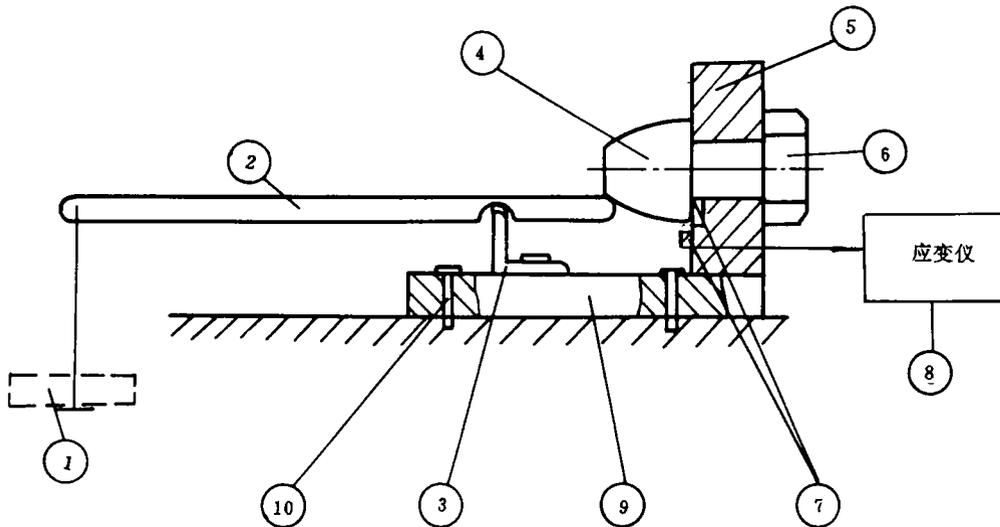


图 8 实验装置示意图

- 1. 加力装置    2. 杠杆    3. 撑块    4. 齿柱    5. 弧形块    6. 固定螺母    7. 应变片及引线    8. 测试仪器
- 9. 底座    10. 固定螺栓

### 7 结论

本文对球面齿轮传动的原理和强度进行了系统的分析,在充分利用球面齿轮传动灵活性好这一优点的同时又兼顾其承载能力,为球面齿轮得到更广泛的应用打下了理论基础。本文所采用的方法适用于其它结构、材料的球面齿轮传动或椭球面齿轮传动的强度计算。

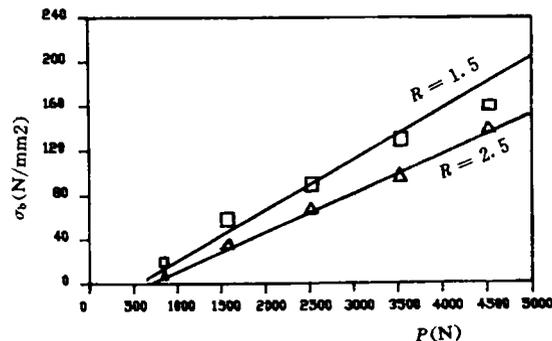


图10 弯曲应力

— 有限元计算值, □ R=1.5时齿根应力实测值  
△ R=2.5时齿根应力实测值

### 参 考 文 献

- 1 刘志全. 锥形齿球面齿轮传动的研究. 齿轮, 1990, 14(3)
- 2 冯澄宙. 小齿轮单对齿啮合区下界点的接触应力计算. 齿轮, 1990, 14(2)
- 3 AGMA Standard 218. 01, AGMA Standard Far Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth, 1982

# 欢迎刊登广告!

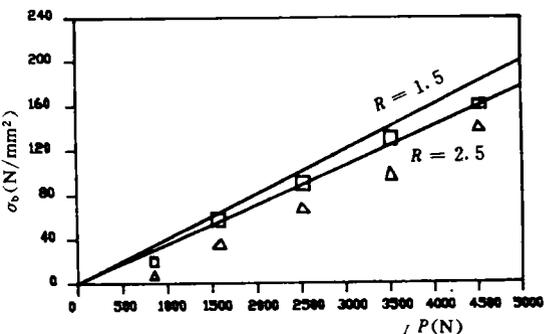


图9 弯曲应力

— 公式计算值 □ R=1.5时实测应力值  
△ R=2.5时实测应力值

在不同载荷作用下圆角半径分别为 1.5 mm 和 2.5 mm 时齿柱的应力分布。用 YJD-1 型应变仪测应变值,应力计算如下:

$$\sigma = \epsilon \cdot E \cdot K_{仪} / K_{片} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (3)$$

式中:  $\epsilon$ —— 所测应变值

$E$ —— 齿柱的弹性模量

$K_{仪}$ —— 应变仪灵敏系数

$K_{片}$ —— 应变片灵敏系数

### 6.3 理论分析与试验结果比较

载荷在 850~4900 N 的范围内,将理论分析结果和实验结果绘在图 9 和图 10 中,理论分析结果均比测试值大一些。这主要是由于应变片很难贴到应力最大处且它所反应的仅是局部平均应力值。然而,从有限元分析,实验结果与公式计算结果相比较,总的来说相差在 10% 左右,且有相似的规律。因此,本文所采用的方法是可行的,结果也是可信的。

- (37) **An Analysis of the Oscillation Failure Mechanism of a Small-Sized Gas Turbine Controlled by a PG-PL Speed Governor** ..... Yu Daren, Xu Jiyu (*Harbin Institute of Technology*)  
This paper deals with the mathematical model of a PG-PL speed governor under a failure condition with the characteristics of various oscillation failures being analysed by way of simulation. The abovementioned model can serve as a helpful tool in conducting failure diagnostics. **Key words:** *small-sized gas turbine, PG-PL speed governor, oscillation failure*
- (42) **Self-regulating Conditions for the Control System of a Reheat Extraction Steam Turbine** ..... Xu Jiyu, Yu Daren (*Harbin Polytechnical University*) Zhang Hongguang, Wu Guoxian (*Harbin Turbine Works*)  
The authors have worked out the static and dynamic self-regulating conditions for the control system of a reheat extraction steam turbine. It has been shown that the dynamic self-regulating conditions of a reheat extraction steam turbine are different from those of a condensing extraction steam turbine. Such a conclusion may be advantageously used in guiding the design of the turbine control system. **Key words:** *reheat extraction steam turbine, control system, self-regulation*
- (50) **The Application of a Single Chip Microcomputer in a Metro Blower Electric Control System** ..... Yang Chengyi (*Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute*)  
A metro blower blade regulation and control system with a 8031 single chip microcomputer serving as its core has been created, which can change the regulation program of rotor and stator blades, depending on the requirements of various ventilation environments. In addition, it can also be connected to a computation center control station. **key words:** *single chip microcomputer, metro blower, blade regulation*
- (54) **A Study on the Strength of Spherical Gears** ..... Chang Shan, et al (*Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute*)  
This paper presents the formulas for calculating the contact stress and bending stress of spherical gear transmission and the results of a study on gear cam columns by use of a finite element method. A comprehensive analysis of the bending stress distribution variation relationship of spherical gear cam columns has been performed along with their experimental stress analysis. The test results are in full agreement with those of a theoretical analysis. **Key words:** *spherical gear transmission, finite element method, stress analysis*
- (59) **The Optimum Operating Temperature of Solar Collectors for an Irreversible Solar Energy Heat Engine System** ..... Chen Jincan (*Xiamen University*)  
With the help of the model of an irreversible Carnot heat engine and the linear heat loss model of solar collectors the overall efficiency of a solar energy heat engine system has been determined.